RECUEIL DE FORMULES

ET DE

TABLES NUMÉRIQUES,

PAR J. HOÜEL,
Ancien Élève de l'École Normale, Professeur de Mathématiques pures
à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

TROISIÈME EDITION.
NOUVEAU TIRAGE.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1901

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET C^{ie},
Quai des Grands-Augustins, 55.
79660-27

TABLE DES MATIÈRES.

AVERTISSEMENT.

En rédigeant ce Recueil de formules et de Tables, je me suis proposé un double but. J'ai voulu, d'une part, rassembler des Tables abrégées à l'usage des personnes qui s'occupent d'applications numériques n'exigeant pas beaucoup d'approximation, ce qui est le cas d'une grande partie des calculs d'Astronomie ou de Physique; mais, d'autre part, mon dessein principal a été de venir en aide à ceux qui étudient les parties élevées des Mathématiques, et auxquels la mise en nombre des formules peut faciliter l'intelligence des théories, en jouant un rôle analogue à celui des expériences dans l'enseignement des sciences physiques.

Pour remplir ce double objet, et pour pouvoir en même temps offrir une série de Tables aussi complète que possible sous un mince volume, j'ai construit les diverses Tables avec un petit nombre de décimales, avec quatre généralement, ce qui suffit dans la plupart des calculs vraiment pratiques. J'ai cependant inséré dans ce volume quelques Tables avec un grand nombre de figures, servant de complément aux grandes Tables logarithmiques ordinaires, et destinées aux calculs qui exigent une approximation exceptionnelle.

Dans la plupart des cas, l'interpolation de ces Tables peut se faire à simple vue. Aussi ai-je cru inutile d'y ajouter les parties proportionnelles des différences, qui, pour être d'une utilité réelle, auraient dû souvent occuper autant de place que les Tables elles-mêmes. D'ailleurs on suppléera toujours, avec un grand avantage, aux Tables auxiliaires de parties proportionnelles, en employant l'admirable instrument connu sous le nom de *règle à calcul*, et dont un préjugé inexplicable, contre lequel je ne saurais trop énergiquement protester, a jusqu'ici retardé l'adoption universelle par les calculateurs.

Cet Ouvrage se compose de deux Sections principales : d'un Recueil de formules relatives aux applications pratiques des fonctions elliptiques, et d'une série de Tables mathématiques qui permettent de mettre ces formules en nombres.

Comme préliminaires aux formules de la théorie des fonctions elliptiques, j'ai donné les principales formules relatives à des fonctions, analogues aux fonctions circulaires ou trigonométriques, auxquelles Lambert a donné le nom de *fonctions hyperboliques*, parce qu'elles expriment les coordonnées de l'hyperbole équilatère, de même que les fonctions trigonométriques expriment les coordonnées du cercle.

L'espace ne m'a pas permis d'indiquer les nombreux usages de ces fonctions hyperboliques dans le calcul intégral. On trouvera d'amples développements sur ce sujet dans les ouvrages de Gudermann (*) et de M. Gronau (**), ainsi que dans divers Mémoires répandus dans les *Archives de Mathématiques* de M. Grunert. J'ai seulement transcrit les formules fondamentales, en les accompagnant d'applications numériques à diverses questions de Géométrie et de Mécanique, principalement à celles qui conduisent aux transcendantes elliptiques, et où les fonctions hyperboliques jouent un rôle aussi capital que les fonctions circulaires. On verra, d'après les cas que j'ai traités, de quelle utilité pratique seraient des Tables plus étendues de ces importantes fonctions.

Pour les formules concernant les fonctions elliptiques, j'ai pris pour point de départ la théorie des fonctions ϑ, sur laquelle sont fondées les méthodes les plus simples et les plus directes pour le calcul numérique et pour l'étude théorique des transcendantes elliptiques. J'ai consulté principalement les ouvrages de Legendre, de Jacobi, de Gudermann (***), de Schellbach (****), qui sont ceux où le point de vue pratique a reçu le plus de développement.

J'ai conservé autant que possible les notations classiques de l'auteur des *Fundamenta nova*, en les abrégeant un peu, à l'exemple de Gudermann, et me conformant seulement, pour les fonctions ϑ, à l'usage, adopté généralement aujourd'hui, de prendre pour argument de ces fonctions, non plus l'intégrale elliptique u, mais le produit $x = \frac{\pi u}{2K}$. Je n'ai pas cru cependant devoir aller dans cette voie aussi loin que l'a fait M. Schellbach dans l'ouvrage cité, et j'ai continué à prendre l'intégrale u pour argument des *fonctions elliptiques*, qui sont les rapports deux à deux des fonctions ϑ.

J'ai désigné provisoirement les intégrales elliptiques de troisième espèce au moyen des notations proposées par Gudermann, en y ajoutant, par analogie, un symbole pour représenter, au même point de vue, en fonction de u et de a, la transcendante $\Pi(\varphi, n)$ de Legendre. Ces notations provisoires ne m'ont servi qu'à formuler brièvement les propriétés essentielles des intégrales de troisième espèce. Elles n'offrent guère d'utilité dans la pratique, où l'on remplace toujours ces intégrales par leurs expressions au moyen des fonctions ϑ.

Ce Recueil de formules est terminé par quelques applications pratiques des fonctions elliptiques, qui montrent bien quelle grande simplification on introduit dans les calculs par l'emploi des fonctions hyperboliques proposé par Gudermann. J'ai résumé, en faisant usage de cette notation, les belles formules du *Mémoire* de Jacobi *sur la rotation des corps*, et l'on voit sans peine combien ces formules

(*) *Theorie der Potenzial- oder Cyklisch-hyperbolischen Functionen.* 1 vol. in-4, extrait du *Journal de Crelle*, tomes VI, VII, VIII et IX.

(**) *Tafeln für sammtliche trigonometrische Functionen der cyklischen und hyperbolischen Sektoren.* Danzig, 1863.

Theorie und Anwendungen der hyperbolischen Functionen. Danzig, 1865.

Voyez aussi l'Introduction des *Tavole dei logaritmi delle funzioni circolari ed iperboliche, dal dott. Ang. Forti.* Pisa, 1863.

(***) *Theorie der Modular-Functionen und der Modular-Integrale.* 1 vol. in-4, extrait des tomes XVIII-XXV du *Journal de Crelle.*

(****) *Die Lehre von den elliptischen Integralen und den Theta-Functionen.* Berlin, 1864.

gagnent par là en élégance et en simplicité, et combien leur mise en nombre devient facile par l'usage des Tables de fonctions hyperboliques. C'est ce que prouvent les calculs que j'ai effectués pour quelques-unes de ces formules.

La seule opération un peu pénible dans ces sortes de calculs, c'est la détermination d'une intégrale elliptique de première ou de seconde espèce, correspondante à une amplitude et à un module donnés. Pour faciliter ce travail, il serait bien à désirer que l'on possédât des Tables plus étendues, s'il est possible, que celles de Legendre, et d'une disposition plus commode. En attendant que de pareilles Tables aient été construites, on y supplée par des méthodes de calcul assez expéditives, tirées, soit de la transformation de Landen, soit de la théorie des fonctions ϑ. C'est ce dernier moyen que j'ai employé pour construire la petite Table (page 58) qui donne les logarithmes de $F(\varphi, \theta)$ pour les valeurs des deux arguments voisines de $\frac{\pi}{2}$, de centième en centième du quadrant.

Les Tables qui forment la seconde Section de l'Ouvrage peuvent se diviser en trois parties principales, comprenant : la première, les logarithmes vulgaires et naturels; la seconde, les fonctions circulaires et hyperboliques; la troisième, les Tables de diverses transcendantes et les Tables de puissances.

Parmi les Tables dont se compose la première partie, les Tables I et II, qui donnent avec quatre décimales les logarithmes des 2000 premiers nombres et les antilogarithmes, n'offrent rien de particulier dans leur disposition.

La Table III des logarithmes d'addition et de soustraction présente une disposition un peu différente de celle que j'avais adoptée pour les Tables analogues contenues dans mon précédent Recueil. L'expérience m'a démontré l'avantage de cette modification, grâce à laquelle le maniement de ces Tables acquiert une plus grande régularité, sans que la précision en souffre, comme cela a lieu lorsqu'on adopte les dispositions que j'ai critiquées dans l'Avertissement de mes Tables à cinq décimales.

Par la combinaison des deux Tables d'addition et de soustraction, on forme une troisième Table donnant, pour chaque valeur de $\log x$, le logarithme du rapport $\frac{1+x}{1-x}$. L'idée de la construction de cette Table est due à Gauss, qui en fit calculer une semblable, vers 1829, par son élève Weidenbach. Cette Table a été insérée dans l'édition donnée par Jahn des Tables de Maurice de Prasse (*). Gauss en recommande l'usage dans divers calculs trigonométriques, notamment pour la résolution des équations

$$p \sin(A + P) = a, \qquad p \sin(B + P) = b,$$

qui donnent (*Theoria motus corp. cœl.*, art. 78)

$$\operatorname{tang}\left(\frac{A+B}{2} + P\right) = \frac{a+b}{a-b} \operatorname{tang} \frac{A-B}{2}.$$

(*) *Moritz v. Prasse's logarithmische Tafeln für die Zahlen, Sinus und Tangenten, revidirt u. s. w. von K. Br. Mollweide und G. A. Jahn.* Leipzig, o. J., in-16.

J'ai donné à cette Table la même disposition et la même étendue qu'à la Table des logarithmes d'addition et de soustraction.

Les Tables V et VII, qui servent à calculer les logarithmes vulgaires et les logarithmes naturels avec un grand nombre de figures, sont, comme la Table analogue du précédent Recueil, extraites du *Supplément logarithmique* de Leonelli. J'ai eu soin de vérifier tous les logarithmes qu'elles renferment.

Les Tables VI et VIII ne donnent lieu à aucune remarque spéciale.

Dans la seconde partie, j'ai rassemblé des Tables des valeurs, tant naturelles que logarithmiques, des fonctions circulaires, construites suivant les diverses divisions angulaires qui ont été proposées jusqu'ici. Les deux premières correspondent à la division sexagésimale pure, soit du jour, soit du quadrant. La suivante, Table XI, se rapporte au système mixte imaginé par Briggs, et peut servir également dans la cas où l'on divise le degré en minutes et dans celui où on le divise en parties décimales. J'ai pu profiter de l'avantage que m'offrait cette division pour donner à la Table une disposition à *double entrée*, favorable à la rapidité des calculs.

Les quatre Tables qui viennent ensuite se rapportent à la division décimale du quadrant. J'ai fait ressortir ailleurs les immenses avantages que présente cette division naturelle sur les divisions artificielles jusqu'ici en usage (*), et les exemples numériques que j'ai développés justifieront la cause que je défends, comme on peut le voir en reprenant les mêmes calculs à l'aide des Tables sexagésimales.

La première de ces Tables, la Table XII, donne les valeurs naturelles des fonctions circulaires avec trois décimales. La suivante, la Table XIII, contient les valeurs logarithmiques à quatre décimales, et est disposée à double entrée, comme la Table XI. La Table XV donne les valeurs naturelles avec dix décimales.

La Table XIV, dont il nous reste à parler, forme la partie la plus importante de notre volume. Elle contient les valeurs, tant naturelles que logarithmiques, des fonctions circulaires, de millième en millième du quadrant, et, par l'addition de deux colonnes auxiliaires, sert en même temps de Table pour les fonctions hyperboliques. Je me suis inspiré, pour la construction de cette Table, de l'ouvrage de M. Gronau, que j'ai cité plus haut; mais j'ai modifié sa disposition de manière à rassembler sur une même ligne toutes les fonctions d'un même argument, circulaire ou hyperbolique. De plus, j'ai donné deux évaluations du double secteur hyperbolique, savoir : sa valeur propre et son produit par le module des logarithmes vulgaires; en d'autres termes, l'argument hyperbolique

$$u = \log \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

est exprimé, sur chaque page de gauche, par un logarithme naturel, et sur chaque page de droite, par un logarithme décimal. La pratique montre que ces deux modes d'évaluation ont chacun leurs avantages, suivant les cas que l'on traite.

(*) *Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie élémentaire*, Note V. — *Note sur les avantages qu'offrirait, pour l'Astronomie théorique et pour les sciences qui s'y rapportent, la construction de nouvelles Tables trigonométriques suivant la division décimale du quadrant* (*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft*, 2e cahier, p. 86).

Cette Table peut servir en même temps à faire connaître les puissances positives et négatives de e,

$$e^u = \text{Ch}\, u + \text{Sh}\, u, \qquad e^{-u} = \text{Ch}\, u - \text{Sh}\, u.$$

Toutes les valeurs relatives aux fonctions circulaires ont été extraites de la *Trigonometria Britannica* de Briggs.

La troisième partie se compose de Tables des fonctions elliptiques et d'autres transcendantes importantes, d'une Table des carrés et de diverses Tables de puissances.

Les petites Tables de fonctions elliptiques ont été en partie extraites des Tables de Legendre, en partie calculées directement. Les unes peuvent s'interpoler et servir ainsi au calcul effectif des valeurs quelconques de ces fonctions; les autres ont plutôt pour but de montrer la marche générale des transcendantes qu'elles renferment, ce qui suffit souvent pour la discussion des questions.

Les autres transcendantes, dont on trouvera ici des Tables abrégées, sont les fonctions Γ, le logarithme intégral et la fonction $\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx$, qui est d'un grand usage dans le calcul des probabilités.

Vient ensuite une Table à quatre décimales des carrés des nombres depuis 0,000 jusqu'à 1,200. Cette Table est destinée aux calculs de la méthode des moindres carrés.

Enfin, la dernière page renferme diverses Tables de puissances d'un fréquent usage dans les calculs.

Dans ce travail, pour lequel je n'avais souvent aucun modèle qui pût me guider, j'ai dû laisser sans doute beaucoup de points incomplets. Sans doute aussi je n'ai pu, malgré tous mes soins, faire disparaître toutes les incorrections, soit dans les formules, soit dans les calculs numériques. J'espère cependant que le public saura gré à la *Société des Sciences physiques et naturelles* de Bordeaux de m'avoir mis à même de publier cet essai, qui pourra un jour donner l'idée de composer un ouvrage plus étendu et plus parfait.

Pour assurer du moins à cet opuscule le mérite de la correction typographique, je prie instamment toutes les personnes qui y découvriront quelque faute, si légère qu'elle soit, de vouloir bien m'en donner avis, soit directement, soit par l'intermédiaire de M. Gauthier-Villars. Les fautes seront indiquées dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, et les personnes qui les auront signalées recevront en retour un exemplaire corrigé.

INTRODUCTION.

DISPOSITION ET USAGE DES TABLES.

I.

(Pages 2-5.)

Logarithmes vulgaires à 4 décimales des 2000 premiers nombres.

1. Nous avons prolongé cette Table jusqu'à 2000, pour faciliter les calculs d'interpolation des logarithmes des nombres voisins de l'unité, ces logarithmes étant ceux que l'on rencontre le plus fréquemment dans les applications, et qui correspondent, dans le premier millier, aux différences tabulaires les plus considérables.

A l'aide des logarithmes des rapports $\frac{\sin}{\text{arc}}$, $\frac{\text{tang}}{\text{arc}}$, que donnent les Tables auxiliaires placées au bas des pages 3 et 5, la Table I peut servir de Table trigonométrique pour les petits arcs inférieurs à $0^q,05$. Ainsi, pour avoir log sin ($0^q,03658$), on ajoutera au logarithme $\bar{2},5633$ de l'arc exprimé en quadrants, le logarithme de la colonne marquée sin : arc correspondant à $0^q,036...$, c'est-à-dire $0,1959$, ce qui donne $\bar{2},7592$ pour le logarithme cherché. *Voyez* l'*Introduction aux T. à 5 D.* (*), pages XVI et XIX.

II.

(Pages 6-7.)

Table antilogarithmique à 4 décimales.

2. Cette Table ne diffère en rien de celle qui fait partie des *T. à 5 D.*, et dont l'usage a été expliqué (*Introduction*, page XXXI).

III.

(Pages 8-11.)

Logarithmes d'addition et de soustraction à 5 décimales.

3. L'usage de ces Tables a été longuement développé dans l'*Introduction* aux *T. à 5 D.*, pages XXI et suiv., et nous n'y reviendrons que pour indiquer les modifications que les Tables actuelles présentent dans leur disposition.

Les Tables de notre précédent recueil, de même que celles de Gauss, offraient l'inconvénient d'avoir des différences tabulaires négatives ; et, de plus, la partie la plus importante de ces Tables, celle qui sert à calculer de petites corrections,

(*) Nous désignerons ainsi, pour abréger, nos *Tables de Logarithmes à cinq décimales*, auxquelles le présent Recueil sert de complément.

et qui correspond à des valeurs très-inégales des deux termes du binôme $a \pm b$, se trouvait rejetée vers la fin. La disposition que nous avons adoptée rend les différences tabulaires positives, comme dans les Tables de logarithmes ordinaires, et nous permet de placer en tête des deux Tables la partie importante dont nous parlons.

Il nous a suffi, pour cela, de prendre pour argument, non plus le logarithme du rapport $\frac{a}{b}$ du plus grand terme du binôme au plus petit, mais le logarithme du rapport inverse $\frac{b}{a}$, logarithme dont la caractéristique est nécessairement négative.

De cette manière, x désignant une fraction moindre que l'unité, nos nouvelles Tables donnent, pour x variant de 0 à 1, et, par suite, pour $\log x$ variant de $-\infty$ à 0, les valeurs correspondantes des fonctions

$$\log(1+x), \quad \log\frac{1}{1-x} \ (*).$$

Nous avons disposé parallèlement les logarithmes d'addition et les logarithmes de soustraction sur deux pages en regard, ce qui offre une plus grande commodité dans certains calculs, en rendant, en outre, impossible la confusion qui eût pu résulter de la similitude d'aspect des deux Tables.

En prolongeant la Table de soustraction au delà de la valeur $\log \frac{1}{2}$ de l'argument, nous avons évité l'emploi de l'*entrée inverse*, qui était nécessaire dans la Table de notre précédent Recueil toutes les fois que le rapport $\frac{b}{a}$ surpassait une demi-unité.

Exemple. — Étant donnés

$$\log a = \bar{3},17192, \quad \log b = \bar{4},91712,$$

on en tire

$$\log\frac{b}{a} = \bar{1},74520 = \log x,$$

d'où (pages 10 et 11)

$$\log(a+b) = \log a + \log(1+x) = \bar{3},17192 + 0,19205 = \bar{3},36397,$$

$$\log(a-b) = \log a - \log\frac{1}{1-x} = \bar{3},17192 - 0,35277 = \bar{4},81915.$$

IV.

(Pages 12-13).

Table donnant, pour chaque valeur de $\log x$, la valeur de $\log\frac{1+x}{1-x}$.

4. Cette Table est formée par l'addition des nombres des deux Tables précédentes qui correspondent à une même valeur de $\log x$.

Si l'on pose

$$\frac{1+x}{1-x} = y,$$

(*) Il est aisé de voir que, si l'on désigne par y l'un des nombres $1+x$ ou $\frac{1}{1-y}$, l'*entrée inverse* des deux Tables donnera, pour chaque valeur de $\log y$, les valeurs correspondantes de $\log(y-1)$ et de $\log\left(1-\frac{1}{y}\right) = \log\frac{y-1}{y}$.

y étant >1, la Table donnera, par l'entrée inverse, pour chaque valeur de $\log y$, la valeur correspondante de $\log \frac{y-1}{y+1}$.

Si l'on fait $x = \cos\theta$, la Table donnera, pour chaque valeur de $\log\cos\theta$, la valeur correspondante de $\log\cot^2\frac{\theta}{2}$.

5. Cette Table sert à abréger un grand nombre de calculs, par exemple le calcul des angles d'un triangle dont on connaît un angle avec les logarithmes des deux côtés qui le comprennent. Ainsi, dans le cas traité à la page XXV de l'*Introd.* aux *T. à 5 D.*, où l'on avait

$$\log\frac{c}{b} = \bar{1},69571 = \log x,$$

la Table donnera immédiatement (page 13), par une seule lecture,

$$\log\frac{b+c}{b-c} = \frac{1+x}{1-x} = 0,47187 + 131 \times 0,71 = 0,47280.$$

Par l'entrée inverse, en prenant

$$\log\frac{b}{c} = 0,30429 = \log y,$$

on aurait eu

$$\log\frac{b-c}{b+c} = \log\frac{y-1}{y+1} = \bar{1},527 + \frac{15}{76} = \bar{1},52720.$$

V.

(Pages 14-15.)

Table abrégée pour le calcul des logarithmes vulgaires à 15 décimales.

6. Cette Table, comme la Table analogue que nous avons insérée dans les *T. à 5 D.* (page 109), est extraite du *Supplément logarithmique* de Leonelli, et son usage repose également sur les principes que nous avons développés dans l'*Introd.* aux *T à 5 D.*, pages XXIX et suiv., et dans celle de l'édition française de la *Table d'interpolation* de Schrön, page 2. La seule différence consiste en ce que, au lieu d'opérer chiffre par chiffre, on opère par groupes de deux chiffres, en s'aidant d'une Table de multiplication (*), telle que la *Table d'interpolation* de Schrön, qui donne au moins les produits de tous les nombres de deux chiffres les uns par les autres.

Si l'on veut calculer, par exemple, avec 15 décimales le logarithme de

$$e = 2,7182\ 8182\ 8459\ 0452\ldots,$$

on divise d'abord e par 28, en s'aidant de la Table de multiplication, ce qui donne

(*) Pour faire commodément usage de la Table de multiplication dans ces calculs, on opérera comme il suit. Soit à multiplier 9999 9753 9556 8737 par 1,0000024. Je sépare autant de chiffres sur la droite du multiplicande qu'il y a de décimales au multiplicateur (soit ici 7), et je multiplie 999997539,55... par 24, en négligeant les décimales, après avoir ajouté, pour plus d'exactitude, au produit de la partie entière les retenues provenant du produit par 24 des décimales supprimées, $0,55\ldots \times 24 = 13$. On opère comme dans la multiplication ordinaire, si ce n'est qu'on écrit deux chiffres à chaque multiplication partielle. Ainsi, en prenant les produits dans la colonne qui porte en tête 240 (*Table d'interpolation*, pages 42 et 43), on dira : $39 \times 24 + 13 = 936 + 13 = 949$, dont on retient les 9 centaines; $75 \times 24 + 9 = 1809$, dont on retient les 18 centaines, et ainsi de suite.

pour quotient 0,9708 1493 8735 3733.... On dispose ensuite le calcul comme il suit :

PRODUITS.	MULTIPLICATEURS.	LOG. DES MULTIPL.
2,7182 8182 8459 0452	$\frac{1}{2,8}$	5528 4196 8657 781
9708 1493 8735 3733	1,029	124 1537 4762 433
281 5363 3223 3258		4 3407 7479 319
9989 6857 1958 6991	1,001	1302 8639 028
9 9896 8571 9587		104 2305 506
9999 6754 0530 6578	1,00003	2 6057 668
2999 9026 2159		191 090
9999 9753 9556 8737	1,0000024	3 909
239 9994 0949		15
9999 9993 9550 9686	$1{,}0^{7}60$	5657 0551 8096 749
5 9999 9964		
9999 9999 9550 9650	$1{,}0^{9}4490350$	

Complément = log. cherché 0,43429448 1903 251,

valeur exacte à moins d'une unité près du 15ᵉ ordre décimal.

Soit proposé maintenant de trouver le nombre correspondant au logarithme

$$\bar{1},9176\ 4829\ 7002\ 426.$$

Voici le tableau du calcul :

9176 4829 7002 426		
9138 1385 2383 717	82	(1)
38 3444 4618 709		
34 6053 2109 506	1,008	(2)
3 7391 2509 203		
3 7333 2744 357	1,00086	(3)
57 9764 846		
56 4582 459	1,0000 013	(4)
1 5182 387		
1,4766 012	1,0000 0003 4	(5)
416 375		
412 580	$1{,}0^{9}95$	(6)
3 795		
3 778	$1{,}0^{11}87$	(7)
17		
17	$1{,}0^{13}39$	(8)

	1,0000 0003 4958 739
(4)	130 0000 045
	1,0000 0133 4958 784
(3)	8 6000 1148 065
	1,0008 6133 6106 849
(2)	80 0689 0688 855
	1,0088 6822 6795 704
(1)	8272 7194 5972 475

Le nombre cherché est donc 0,8272 7194 5972 475.

VI.

(Pages 16 et 17.)

Logarithmes naturels ou hyperboliques à 4 décimales.

7. Pour trouver le logarithme naturel d'un nombre, on commence par transporter la virgule à la gauche du premier chiffre significatif; on calcule par interpolation le logarithme du nombre ainsi obtenu; puis on lui ajoute le logarithme de la puissance de 10 par laquelle il faudrait maintenant multiplier le nombre pour le ramener à sa valeur primitive.

Pour trouver le nombre correspondant à un logarithme donné, on ôte du logarithme donné le logarithme d'une puissance (positive ou négative) de 10, telle que le reste soit compris entre $\log 1 = 0,0000$ et $\log 10 = 2,3026$. On calcule, au moyen de la Table, le nombre dont ce reste est le logarithme, puis on multiplie ce nombre par la puissance de 10 dont on avait soustrait le logarithme.

Ainsi, pour avoir le logarithme de 0,047159, on cherche celui de 4,7159, qui est 1,5509, et l'on ajoute à ce logarithme celui de 10^{-2}, ou $\bar{5},3948$, ce qui donne $\bar{4},9457 = -3,0543$.

Pour avoir la valeur de $\frac{1}{e}$, dont le logarithme naturel est -1 ou $\bar{1},0000$, j'ajoute à ce logarithme $\log 10 = 2,3026$, ce qui donne 1,3026, correspondant au nombre 3,679. Donc $\frac{1}{e} = 0,3679$.

VII.

(Page 18.)

Table abrégée pour le calcul des logarithmes naturels ou hyperboliques à 20 décimales.

8. L'emploi de cette Table est identique à celui de la Table analogue relative aux logarithmes vulgaires dans les *T. à 5 D.*, en tenant compte seulement de ce que l'on vient de dire au sujet de la Table VI. *Voyez* aussi l'*Introduction* à la *Table d'interpolation* de Schrön, pages 2 et 3.

VIII.

(Page 19.)

Table de conversion des logarithmes naturels en logarithmes vulgaires et des parties décimales du rayon en parties décimales du quadrant, et réciproquement, ou Tables des multiples de M, $\frac{1}{M}$, $\frac{2}{\pi}$, $\frac{\pi}{2}$.

9 L'usage de ces Tables n'a besoin d'aucune explication.

IX.

(Pages 20-22.)

Valeurs naturelles à 4 décimales des fonctions circulaires de 15 en 15 minutes de degré, ou de minute en minute de temps, avec l'évaluation des arcs en parties de rayon.

10. Cette Table est une extension de celle que nous avons donnée à la page 86 des *T. à 5 D.*, et peut servir aux mêmes usages. Pour la conversion du temps en arc ou de l'arc en temps, on s'aidera de la Table auxiliaire suivante :

Table auxiliaire pour la conversion des parties de la circonférence en parties du jour, et réciproquement.

′	s	′	s	′	s	s	′ ″	s	′ ″	s	′ ″
0	0	**5**	20	**10**	40	**0**	0. 0	**5**	1.15	**10**	2.30
1	4	**6**	24	**11**	44	**1**	0.15	**6**	1.30	**20**	5. 0
2	8	**7**	28	**12**	48	**2**	0.30	**7**	1.45	**30**	7.30
3	12	**8**	32	**13**	52	**3**	0.45	**8**	2. 0	**40**	10. 0
4	16	**9**	36	**14**	56	**4**	1. 0	**9**	2.15	**50**	12.30

s	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
0.0	0.0	0,15	0,3	0.45	0,6	0,75	0.9	1,05	1,2	1.35
1	1.5	1,65	1,8	1,95	2.1	2,25	2,4	2,55	2,7	2.85
2	3.0	3,15	3,3	3,45	3.6	3,75	3,9	4,05	4,2	4.35
3	4.5	4,65	4.8	4,95	5.1	5,25	5,4	5.55	5,7	5.85
4	6.0	6,15	6,3	6.45	6.6	6,75	6,9	7,05	7,2	7,35
0.5	7.5	7,65	7,8	7.95	8.1	8,25	8,4	8,55	8,7	8,85
6	9.0	9,15	9,3	9,45	9,6	9,75	9,9	10,05	10,2	10,35
7	10.5	10,65	10,8	10,95	11.1	11,25	11,4	11,55	11,7	11,85
8	12,0	12,15	12,3	12,45	12,6	12,75	12.9	13.05	13,2	13,35
9	13,5	13.65	13.8	13,95	14,1	14,25	14.4	14.55	14.7	14.85

X.

(Pages 23-25.)

Logarithmes à 4 décimales des fonctions circulaires de minute en minute pour les 100 premières minutes et de 10 en 10 minutes pour le reste du quadrant.

11. Cette Table est particulièrement appropriée aux calculs dans lesquels on divise la minute en parties décimales. Sa disposition est la même que celle des Tables de Lalande ou de nos *T. à 5 D.*

12. Remarque. — Pour trouver le logarithme du sinus ou de la tangente d'un très-petit arc, on commencera par multiplier cet arc par une puissance de 10, telle que le produit soit compris entre $10'$ et $100' = 1°40'$. On cherchera alors, par interpolation, le logarithme du sinus ou de la tangente de ce nouvel arc, et l'on diminuera ensuite la caractéristique d'un nombre d'unités correspondant à la puissance de 10 par laquelle on a multiplié.

Ainsi, pour avoir log sin $1',432$, on cherchera

$$\log\sin 14',32 = \bar{3},6099 + 299 \times 0,32 = \bar{3},6195,$$

et l'on en conclura

$$\log\sin 1',432 = \bar{4},6195.$$

Autrement, on prendra le logarithme du nombre de minutes, et l'on y ajoutera le logarithme d'une minute en parties du rayon, en se servant de la Table I. Ainsi

log 1,432.....	0,1559
log 1′........	$\bar{4}$.4637
log sin ou tang 1′,432...	$\bar{4}$,6196

On voit aisément comment on résoudra le problème inverse, de déterminer un arc très-petit, connaissant son log sin ou son log tang.

XI.

(Pages 26-29.)

Logarithmes à 4 décimales des fonctions circulaires de 6 en 6 minutes, ou de dixième en dixième de degré.

13. L'objet principal de cette Table est de faciliter les calculs rapides, dans lesquels on divise le degré lui-même en parties décimales, quoiqu'elle se prête aussi aux calculs où l'on conserve la division du degré en minutes. Dans ce dernier cas, les calculs d'interpolation sont tout pareils à ceux des Tables ordinaires, de minute en minute, lorsqu'on y divise la minute en secondes.

Pour les fonctions des petits arcs, voir la remarque du numéro précédent.

14. Nous avons ajouté, au bas des pages 26 et 27, des Tables de conversion des parties sexagésimales du degré en parties décimales, et réciproquement. Dans ces Tables, les chiffres renfermés entre parenthèses sont les périodes des fractions décimales. Ainsi, on trouve

$$47'' = 0^\circ{,}0130\,(5) = 0^\circ{,}013055555\ldots..$$

15. Au bas des pages 28 et 29 nous avons placé deux petites Tables donnant les logarithmes à 3 décimales des sinus et des tangentes de degré en degré, et destinées soit à l'ébauche, soit à la révision rapide des calculs.

XII.

(Page 30.)

Valeurs naturelles à 3 décimales des fonctions circulaires pour chaque centième du quadrant, donnant la conversion des parties décimales du quadrant en parties sexagésimales de la circonférence et en parties décimales du quadrant.

16. L'usage et la disposition de cette Table sont entièrement analogues à ceux de la page 86 des *T. à 5 D.* (Voyez *Introduction*, pages XX et XXI.)

La Table auxiliaire du bas de la page donne par addition la conversion des parties décimales du quadrant en parties sexagésimales, et par soustraction la conversion réciproque.

XIII.

(Pages 31-35.)

Logarithmes des fonctions circulaires : 1° à 3 décimales pour chaque centième du quadrant; 2° à 4 décimales pour chaque dix-millième du quadrant jusqu'à $0^q{,}0300$, et pour chaque millième dans toute l'étendue du quadrant.

17. Cette Table est disposée comme la Table XI, et son usage est analogue, en tenant toujours compte, pour les petits arcs, de la remarque du n° 12.

De $0^q{,}0000$ à $0^q{,}0300$, la Table de la page 31 donne $\log \operatorname{tang} x$ au moyen de la formule

$$\log \operatorname{tang} x = \log \sin x + \log \operatorname{séc} x.$$

XIV.

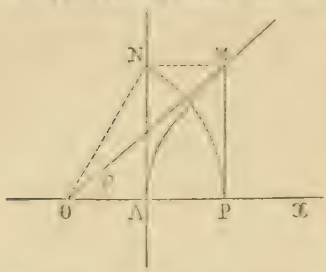
(Pages 36-55.)

Valeurs naturelles et logarithmiques, à 4 décimales, des fonctions circulaires et hyperboliques, correspondantes à toutes les valeurs de l'arc ou de l'amplitude hyperbolique, de millième en millième du quadrant.

18. La partie de cette Table relative aux fonctions circulaires est disposée *à simple entrée,* comme la partie trigonométrique des *T. à 5 D.*

19. Avant d'expliquer l'usage des colonnes auxiliaires qui donnent les *fonctions hyperboliques*, rappelons en quelques mots l'origine géométrique de ces fonctions.

L'hyperbole équilatère, de demi-axe = 1, peut être représentée par l'ensemble des deux équations



$$x = \operatorname{séc}\varphi, \quad y = \operatorname{tang}\varphi,$$

φ étant l'angle $\mathrm{NO}x$, que fait avec l'axe des x l'hypoténuse d'un triangle rectangle qui a pour côtés $\mathrm{OA} = 1$, $\mathrm{NO} = x$, $\mathrm{AN} = y$.

D'autre part, le double de l'aire du secteur hyperbolique OAM étant désigné par u, les coordonnées x et y auront pour expressions

$$x = \frac{e^u + e^{-u}}{2}, \quad y = \frac{e^u - e^{-u}}{2}.$$

Par analogie avec les expressions des coordonnées du cercle de rayon 1, en fonctions de l'arc ou du double secteur circulaire t,

$$x = \cos t = \frac{e^{t\sqrt{-1}} + e^{-t\sqrt{-1}}}{2}, \quad y = \sin t = \frac{e^{t\sqrt{-1}} - e^{-t\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}},$$

on désigne les coordonnées de l'hyperbole, considérées comme fonctions du double secteur hyperbolique u, sous les noms de *cosinus hyperbolique* et de *sinus hyperbolique.* Nous représenterons ces quantités par les notations

$$\mathrm{Ch}\,u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}, \quad \mathrm{Sh}\,u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}.$$

Le rapport $\frac{\mathrm{Sh}\,u}{\mathrm{Ch}\,u}$ s'appelle la *tangente hyperbolique*,

$$\mathrm{Th}\,u = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}.$$

Les fonctions circulaires et les fonctions hyperboliques forment les deux cas extrêmes des fonctions elliptiques $\cos \operatorname{am} u$, $\sin \operatorname{am} u$, $\operatorname{tang} \operatorname{am} u$, correspondants aux valeurs 0 et 1 du module. L'angle φ des formules précédentes étant ce que devient l'*amplitude* des fonctions elliptiques lorsque le module devient égal à l'unité, nous proposons de donner à cet angle le nom d'*amplitude hyperbolique* de l'*argument* u, et nous le désignerons par la notation $\mathrm{Amh}\,u$.

L'amplitude φ est liée à l'argument u par les relations

$$\mathrm{Sh}\,u = \operatorname{tang}\varphi, \quad \mathrm{Ch}\,u = \operatorname{séc}\varphi, \quad \mathrm{Th}\,u = \sin\varphi, \quad du = \frac{d\varphi}{\cos\varphi}.$$

Voyez le Recueil de formules relatives aux fonctions hyperboliques, page XXX.

20. D'après cela, chaque fonction circulaire de l'arc φ est en même temps une certaine fonction hyperbolique de l'argument u. Cette correspondance est indiquée par un double *en-tête*, placé en haut comme en bas de chaque colonne.

L'interpolation se fait comme pour les fonctions trigonométriques, en tenant compte de ce que l'argument ne varie pas par intervalles constants.

EXEMPLES. — 1°. Pour $u = 0{,}3284$, on a (pages 44 et 45)

$$\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Sh}\,(0{,}3277 + 7) = 0{,}3336 + 18 \times \frac{7}{17} = 0{,}3343,$$

$$\log \mathrm{Th}\,u = \log \mathrm{Th}\,(0{,}3277 + 7) = \bar{1}{,}5003 + 21 \times \frac{7}{17} = \bar{1}{,}5012.$$

2° Pour $\mathrm{M}u = 0{,}08605$, on a (pages 40 et 41)

$$\mathrm{Ch}\,u = \mathrm{Ch}\,\frac{0{,}08583 + 22}{\mathrm{M}} = 1{,}0196 + 3 \times \frac{22}{69} = 1{,}0197,$$

$$\log \mathrm{Sh}\,u = \bar{1}{,}2987 + 35 \times \frac{22}{69} = \bar{1}{,}2998.$$

3° Pour $\mathrm{Th}\,u = 0{,}2613$, on a (pages 42 et 43)

$$u = \mathrm{Arg\,Th}\,(0{,}2608 + 5) = 0{,}2670 + 16 \times \frac{5}{16} = 0{,}2675,$$

$$\mathrm{M}u = 0{,}11596 + 71 \times \frac{5}{16} = 0{,}11619.$$

21. Pour les petites valeurs de l'arc Amh$u$ ou de l'argument hyperbolique u, on obtiendra les logarithmes des sinus et des tangentes hyperboliques en se servant de la remarque faite au sujet de la Table X (n° 12).

Ainsi, on prendra $\mathrm{Sh}\,(0{,}000307) = \frac{1}{100}\,\mathrm{Sh}\,(0{,}0307)$,

$$\log \mathrm{Sh}\,(0{,}0307) = \bar{2}{,}4875, \quad \text{d'où} \quad \log \mathrm{Sh}\,(0{,}000307) = \bar{4}{,}4875.$$

Autrement, on prend approximativement

$$\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Th}\,u = u.$$

22. Pour de grandes valeurs de u, au contraire, on a sensiblement

$$\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Ch}\,u = \frac{1}{2}e^u, \quad \mathrm{Th}\,u = 1,$$

d'où l'on conclut

$$\log \mathrm{vulg}\,\mathrm{Sh}\,u = \log \mathrm{vulg}\,\mathrm{Ch}\,u = \mathrm{M}u - \log \mathrm{vulg}\,2.$$

Ainsi, pour $\mathrm{M}u = 2{,}7172$,

$$\log \mathrm{Sh}\,u = \log \mathrm{Ch}\,u = 2{,}7172 - 0{,}3010 = 2{,}4162.$$

Si u n'est pas assez grand pour que cette égalité soit suffisamment approchée, la différence entre $\log \mathrm{Sh}\,u$ et $\mathrm{M}u - \log 2$ sera très-petite, et variera très-peu dans l'intervalle de deux termes consécutifs de la Table. Étant donné, par exemple, $\log \mathrm{Ch}\,u = 1{,}2811$, on voit que, pour le nombre tabulaire voisin $\log \mathrm{Ch}\,u = 1{,}2726$, la différence en question est

$$1{,}2726 - 1{,}2723 = 3.$$

Donc, pour $\log \mathrm{Ch}\,u = 1{,}2811$, on a

$$\mathrm{M}u = 1{,}2811 + \log 2 - 3 = 1{,}5818.$$

De même, on a, dans le voisinage de cette valeur, $\log \mathrm{Ch}\,u - \log \mathrm{Sh}\,u = 6$. Donc, pour cette valeur même,

$$\log \mathrm{Sh}\,u = \log \mathrm{Ch}\,u - 6 = 1{,}2805.$$

On aurait u en multipliant $\mathrm{M}u$ par $\frac{1}{\mathrm{M}}$, au moyen de la Table de conversion VIII.

23. Nous allons maintenant indiquer quelques exemples de l'application des fonctions hyperboliques.

I. Pour calculer la surface d'un sphéroïde aplati, engendré par la révolution de l'ellipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$$

autour de son petit axe $2b$, et dont l'excentricité est $e=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$, on posera

$$\operatorname{Sh} u=\frac{ae}{b^2}y,$$

et l'on aura la formule

$$\text{surface}=\frac{\pi b^2}{e}\left(u+\frac{1}{2}\operatorname{Sh} 2u\right),$$

cette surface étant comprise entre l'équateur et un parallèle donné. Si l'on veut la surface totale du sphéroïde, on n'aura qu'à faire $y=b$, d'où

$$\operatorname{Sh} u=\frac{ae}{b}=\frac{e}{\sqrt{1-e^2}},$$

et à doubler le résultat.

S'il s'agit, par exemple, du sphéroïde terrestre, dont l'aplatissement

$$\alpha=1-\sqrt{1-e^2}=\frac{1}{299,15},$$

on prendra alors

$$\operatorname{Sh} u=\frac{\sqrt{\alpha(2-\alpha)}}{1-\alpha}=\frac{\sqrt{2\alpha\left(1-\frac{1}{2}\alpha\right)}}{1-\alpha},$$

valeur que l'on calculera aisément au moyen des logarithmes de soustraction.

α	$\bar{3},52411$
2α	$\bar{3},82514$
$\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^{-1}$	$0,00073$
$2\alpha\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$	$\bar{3},82441$
$e=\sqrt{\alpha(2-\alpha)}$ . . .	$\bar{2},91221$
$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}=\frac{1}{1-\alpha}$ . . .	$0,00145$
$\operatorname{Sh} u$	$\bar{2},91366$

$u =$	$0,0819$
$\frac{1}{2}\operatorname{Sh} 2u =$	$0,0822$
somme $=$	$0,1641$
log.	$\bar{1},2151$
$\frac{1}{2e}$	$0,7868$
	$0,0019$
nombre $=$	$1,0044$

Donc la surface totale du sphéroïde est à la surface $4\pi b^2$ de la sphère ayant pour diamètre l'axe polaire, dans le rapport de $1,0044$ à l'unité.

II. En supposant la résistance du milieu proportionnelle au carré de la vitesse, les temps de l'ascension et de la chute d'un mobile pesant, lancé verticalement, sont donnés par les formules

$$t_1=\frac{k}{g}\operatorname{arc\,tang}\frac{a}{k},\quad t_2=\frac{k}{g}\operatorname{Arg\,Sh}\frac{a}{k},$$

a étant la vitesse initiale, k un coefficient constant. Soient, par exemple,

$$a=340 \text{ mètres},\qquad \log\frac{k}{g}=1,0792,\qquad \text{d'où}\quad \log\frac{a}{k}=0,4607.$$

Voici le calcul des deux formules (pages 45 et 44) :

$\log\frac{a}{k} = 0,4607$	$\text{arc tang}\,\frac{a}{k}$ (en quadr.).	$\bar{1},8964$		
$\text{arc tang}\,\frac{a}{k} = 0^q,7878$	$\frac{\pi}{2}$.	$0,1961$	$\text{Arg Sh}\,\frac{a}{k}$ . . .	$0,2511$
$\text{Arg Sh}\,\frac{a}{k} = 1,7825$	$\frac{k}{g}$.	$1,0792$	$\frac{k}{g}$.	$1,0792$
	t_1.	$1,1717$	t_2.	$1,3303$

Donc $t_1 = 14^s,85$. $t_2 = 21^s,39$.

III. Pour déterminer les éléments d'une chaînette, étant donnée la corde horizontale $2b$ d'un arc et la flèche h de cet arc, on a l'équation (*)

$$\frac{b}{h} = \frac{u}{\text{Ch}\,u - 1},$$

u étant l'argument dont l'amplitude hyperbolique est égale à l'angle φ, que fait avec l'horizon la tangente à l'une des extrémités de l'arc.

Prenons les données de l'exemple traité par Gudermann,

$$b = 100, \quad h = 79,$$

d'où

$$\frac{b}{h} = 1,26\ldots, \qquad \log\frac{b}{h} = 0,10237.$$

Après quelques essais, qui se font très-rapidement en s'aidant de la règle à calcul, on trouve que u est compris entre

$$u_1 = 1,3434 \quad \text{et} \quad u_2 = 1,3760.$$

Or

$$\log\frac{u_1}{\text{Ch}\,u_1 - 1} = 0,10843, \qquad \log\frac{u_2}{\text{Ch}\,u_2 - 1} = 0,09490,$$

$$\text{Différence} = +\ 606, \qquad \text{Différence} = -\ 747.$$

Donc

$$u = 1,3434 + \frac{606}{606 + 747} \times 326 = 1,3580,$$

d'où

$$\varphi = \text{Amh}\,u = 0^q,6795 = 61^\circ\,9'\,18'',$$

valeur exacte à 2 ou 3 secondes près.

IV. L'anomalie vraie v d'une comète, dans le mouvement parabolique, est donnée par l'équation (**)

$$\text{tang}^3\frac{v}{2} + 3\,\text{tang}\,\frac{v}{2} = \frac{3kt}{\sqrt{2q^3}},$$

où l'on a

$$\log\frac{3k}{\sqrt{2}} = \bar{2},5621877.$$

Soient donnés, par exemple,

$$\log q = \bar{1},76565, \quad t = 49^j,2528, \quad \text{d'où} \quad \log\frac{3kt}{\sqrt{2q^3}} = 0,6061.$$

(*) GUDERMANN, *Theorie der Potenzial-Functionen*, §§ 79 et suiv.

(**) GAUSS, *Theoria motus corporum cœlestium*, art. 20.

Les formules (I) pour la résolution de l'équation du troisième degré (page XXXII) donnent, en prenant $\frac{p}{3} = 1$, $\frac{q}{2} = -(0,3051)$,

$$\log \mathrm{Sh}\, u = 0,3051, \quad \text{d'où} \quad \mathrm{M}u = 0,6306, \quad \frac{1}{3}\mathrm{M}u = 0,2102,$$

$$\log \mathrm{Sh}\tfrac{1}{3}u = \bar{1},7017, \quad \log \operatorname{tang}\frac{v}{2} = \log\left(2\,\mathrm{Sh}\,\frac{u}{3}\right) = 0,0027,$$

$$\frac{v}{2} = 45^\circ\, 10',8, \quad v = 90^\circ 21',6,$$

valeur exacte à moins de $\frac{1}{10}$ de minute près.

V. Le mouvement hyperbolique d'un astre dépend des formules (*)

$$e\,\frac{u-u^{-1}}{2} - \log \operatorname{nat} u = \frac{kt}{b^{\frac{3}{2}}},$$

$$r\cos v = b\left(e - \frac{u+u^{-1}}{2}\right),$$

$$r\sin v = b\sqrt{e^2-1}\,.\,\frac{u-u^{-1}}{2}.$$

En faisant d'abord $e = \mathrm{Ch}\,\varepsilon$, on en conclut, à l'aide de nos Tables, $\sqrt{e^2-1} = \mathrm{Sh}\,\varepsilon$.

Posons maintenant

$$\log \operatorname{nat} u = z.$$

Les formules deviendront

$$e\,\mathrm{Sh}\,z - z = \frac{kt}{b^{\frac{3}{2}}}, \tag{1}$$

$$\left\{\begin{aligned} r\cos v &= b(e - \mathrm{Ch}\,z), \\ r\sin v &= b\sqrt{e^2-1}\,.\,\mathrm{Sh}\,z \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Si la valeur de z ne doit pas être trop considérable, il sera commode, pour faire les premiers essais qui conduisent à la résolution de l'équation (1), de mettre cette équation sous la forme

$$(e-1)\,\mathrm{Sh}\,z + (\mathrm{Sh}\,z - z) = 0. \tag{3}$$

Dans l'exemple traité par Gauss (*Theoria motus*, art. 26), on a

$$\log \frac{kt}{b^{\frac{3}{2}}} = \bar{1},14815, \quad \log e = 0,10102,$$

d'où

$$\frac{kt}{b^{\frac{3}{2}}} = 0,1406, \quad e - 1 = 0,2619.$$

En négligeant d'abord $\mathrm{Sh}\,z - z$, on voit que la valeur de z doit se trouver vers la seconde moitié de la page 46. On trouve ensuite, par un très-petit nombre d'essais, que z est compris entre les arguments

$$0,4547 \quad \text{et} \quad 0,4634,$$

auxquels correspondent les valeurs de $e\,\mathrm{Sh}\,z - z$,

$$0,1391, \quad \text{et} \quad 0,1425.$$

(*) *Theoria motus, etc.*, art. 21 et 22.

La règle de fausse position donne alors, en opérant comme dans l'exemple III,

$$z = 0{,}4585.$$

On achève enfin le calcul comme il suit :

$e = 1{,}2619$	b.......	$0{,}6021$	b.......	$0{,}6021$
$\mathrm{Ch}\,z = 1{,}1070$	$e - \mathrm{Ch}\,z$.	$\bar{1}{,}1901$	$\sqrt{e^2-1}$.	$\bar{1}{,}8883$
$e - \mathrm{Ch}\,z = 0{,}1549$			$\mathrm{Sh}\,z$.....	$\bar{1}{,}6765$
	$r\cos v$...	$\bar{1}{,}7922$	$r\sin v$...	$0{,}1649$

d'où

$$\log\operatorname{tang} v = 0{,}3727, \quad v = 67^\circ 2' 40'', \quad \log r = 0{,}2008.$$

On pourrait pousser l'approximation plus loin, en se servant des Tables de Gudermann

XV.

(Page 56.)

Valeurs naturelles des fonctions circulaires, à 10 décimales, de centième en centième du quadrant.

24. L'usage de cette Table ne diffère en rien de celui de la Table analogue qui termine les ***T. à 5 D.*** (*Voyez* INTRODUCTION, pages XXXII et suiv.)

XVI.

(Pages 57-59.)

Tables de fonctions elliptiques.

25. La première de ces Tables (page 57) fait connaître les fonctions du module pour toutes les valeurs de l'angle du module

$$\theta = \arcsin k,$$

de centième en centième du quadrant. Les formules du bas de la page indiquent comment, au moyen des colonnes auxiliaires α et β, on peut suppléer à l'interpolation directe, dans les cas où elle devient trop pénible.

EXEMPLES. — I. *Pour* $\theta = 0^q{,}2573$, *calculer* $\log q$ *et* $\log q'$.

On trouve, soit au moyen de la Table actuelle, soit à l'aide des Tables plus étendues XIII ou XIV,

$$\log k = \log\sin\theta = \bar{1}{,}5945, \quad \text{d'où} \quad \log\frac{k^2}{16} = \bar{3}{,}9850.$$

On a ensuite

$$\alpha = 339 + 28 \times 0{,}73 = 359.$$

Donc

$$\log q = \bar{3}{,}9850 + \alpha = \bar{2}{,}0209.$$

On a maintenant

$$\log\frac{1}{q} = 1{,}9791, \quad \log\log\frac{1}{q} = 0{,}29647,$$

d'où

$$\log\log\frac{1}{q'} = \log M^2\pi^2 - \log\log\frac{1}{q} = \bar{1}{,}97340,$$

$$\log\frac{1}{q'} = 0{,}9406, \qquad \log q' = \bar{1}{,}0594.$$

II. *Pour* $\theta = 0^q,9542$, *calculer* $\log K$.

On cherchera $\log K'$ pour l'angle complémentaire $\theta = 0^q,0458$, pour lequel

$$\log \frac{4}{k'} = \log(4 \operatorname{coséc} \theta) = 1,7454.$$

On aura alors

$$\begin{aligned} \log\log \frac{4}{k'} &= 0,2419 \\ \log \frac{1}{M} &= 0,3622 \\ \beta &= 0,0004 \\ \hline \log K &= 0,6045 \end{aligned}$$

d'où

26. La seconde Table (page 58) fait connaître, pour les diverses valeurs de l'amplitude et de l'angle du module, les valeurs, tant naturelles que logarithmiques, des intégrales elliptiques de première et de seconde espèce.

Pour les petites valeurs de l'amplitude et du module, l'interpolation est plus facile en se servant des valeurs naturelles. C'est le contraire qui a lieu pour les grandes valeurs de ces deux arguments, surtout lorsqu'il s'agit des intégrales de première espèce. Aussi avons-nous, pour ces dernières, donné à la Table de leurs valeurs logarithmiques une plus grande extension, en la calculant pour chaque centième du quadrant à partir de la valeur $0^q,90$ des deux arguments φ et θ.

Nos Tables étant à deux arguments, et les intervalles étant trop considérables pour qu'on puisse négliger les différences secondes, on fera les calculs d'interpolation comme il suit

Soit $u_{\varphi\theta}$ la valeur cherchée, correspondante aux arguments

$$\varphi = \varphi_0 + h, \quad \theta = \theta_0 + k.$$

Prenons dans la Table les valeurs

$$\begin{array}{lll} u_{\varphi_0\theta_0}, & u_{\varphi_0\theta_1}, & u_{\varphi_0\theta_2}, \\ u_{\varphi_1\theta_0}, & u_{\varphi_1\theta_1}, & \\ u_{\varphi_2\theta_0}. & & \end{array}$$

Désignons par Δ'_φ, $\Delta''_{\varphi\varphi}$ les différences première et seconde, relatives à la variation de φ dans la première ligne verticale; par Δ'_θ, $\Delta''_{\theta\theta}$ les différences première et seconde, relatives à la variation de θ dans la première ligne horizontale, et enfin par

$$\Delta''_{\varphi\theta} = \Delta_\varphi u_{\varphi_0\theta_1} - \Delta_\varphi u_{\varphi_0\theta_0} = \Delta_\theta u_{\varphi_1\theta_0} - \Delta_\theta u_{\varphi_0\theta_0} = u_{\varphi_1\theta_1} - u_{\varphi_1\theta_0} - u_{\varphi_0\theta_1} + u_{\varphi_0\theta_0}$$

la différence seconde relative à la variation simultanée des deux arguments. La valeur de $u_{\varphi\theta}$ sera

$$\begin{aligned} u_{\varphi\theta} = u_{\varphi_0\theta_0} &+ h\left(\Delta'_\varphi - \frac{1-h}{2}\Delta''_{\varphi\varphi} + k\Delta''_{\varphi\theta}\right) \\ &+ k\left(\Delta'_\theta - \frac{1-k}{2}\Delta''_{\theta\theta}\right). \end{aligned}$$

Pour résoudre le problème inverse de trouver l'un des arguments, connaissant l'autre et la valeur correspondante de la fonction, on se servira de la formule ci-dessus, que l'on résoudra par approximations successives.

Exemples. — I. *Calculer* $F(\varphi)$ *pour* $\varphi = 0^q,74444$, $\theta = 0^q,67778$.

En prenant $\varphi_0 = 0^q,7$, $\theta_0 = 0^q,6$, on formera le Tableau suivant des valeurs et de leurs différences :

	1,2575	1,3118	1,3664
	1,4939	1,5886	
	1,7481		
Diff. 1res	2364	543	546
	2542	947	
Diff. 2es	$\Delta''_{\varphi\varphi} = 178$,	$\Delta''_{\varphi\theta} = 404$,	$\Delta''_{\theta\theta} = 3$
	$h = 0,4444$,	$k = 0,7778$	

Δ'_{φ}	2364
$-\frac{1}{2}(1-h)\Delta''_{\varphi\varphi}$ —	49
$k\Delta''_{\varphi\theta}$	314
Δ'_{φ} corrigé . .	2629
Δ'_{θ}	543
$-\frac{1}{2}(1-k)\Delta''_{\theta\theta}$ —	0
Δ'_{θ} corrigé . .	543

$u_{\varphi_0\theta_0}$	1,2575
Δ'_{φ} corr. $\times h$	1168
Δ'_{θ} corr. $\times k$	422
$u_{\varphi\theta}$	1,4165

Les Tables de Legendre donnent

$$u_{\varphi\theta} = 1,4140.$$

En calculant de même log F (φ), on trouverait pour valeur 0,1509, au lieu de 0,1504, que l'on conclurait des Tables de Legendre.

II. *Étant donnés* $\theta = 0^q,56209$, $\log E(\varphi) = \bar{1},8065$, *trouver* φ.
Ici $\varphi_0 = 0^q,4$, $\theta_0 = 0^q,5$, $k = 0,6209$: il s'agit de trouver h.

Valeurs:	$\bar{1}$,7844	7799	7757
	8740	8669	
	9448		
Diff. 1res.	896	— 45	— 42
	708	— 71	
Diff. 2es.	—188	— 26	+ 3

Δ'_{φ}	896
$k\Delta''_{\varphi\theta}$	— 16
δ_{φ}	880
Δ'_{θ}	— 45
$-\frac{1-k}{2}\Delta''_{\theta\theta}$.	— 1
Δ'_{θ} corr. . .	— 46

$u_{\varphi\theta}$	$\bar{1}$,8065
$-u_{\varphi_0\theta_0}$	$-\bar{1}$,7844
$-\Delta'_{\theta}$ corr. $\times k$ +	29
Reste = R.	250

$$\frac{R}{\delta_{\varphi}} = 0,2841\ldots.$$

L'inconnue h sera déterminée par l'équation

$$h = \frac{R}{\delta_{\varphi}} + \frac{h(1-h)}{2}\,\frac{\Delta''_{\varphi\varphi}}{\delta_{\varphi}},$$

qui donne pour première approximation $h = \frac{R}{\delta_{\varphi}} = 0,2841$, d'où

$$\frac{h(1-h)}{2}\cdot\frac{\Delta''_{\varphi\varphi}}{\delta_{\varphi}} = -0,28 \times 0,36 \times \frac{188}{880} = -0,101 \times 0,214 = -0,0216;$$

et par suite

$$h = 0,2841 - 0,0216 = 0,2625.$$

Une nouvelle approximation donnerait $h = 0,2638$, d'où

$$\varphi = 0^q,42638.$$

Les Tables de Legendre donneraient $\varphi = 0^q,42571$.

27. On interpolerait de la même manière les Tables de la page 59, quoique ces Tables aient en général plutôt pour but de montrer la marche de ces fonctions que de servir à leur calcul numérique. Ce calcul se fait d'ailleurs très-simplement à l'aide des séries très-convergentes qui représentent ces fonctions.

XVII.

(Pages 60-61.)

Tables de diverses transcendantes.

28. I. *Table des intégrales eulériennes de seconde espèce.*

Cette Table contient d'abord les valeurs logarithmiques à 5 décimales de la fonction

$$\Gamma(1+x) = \int_0^\infty e^{-\alpha}\alpha^x\,d\alpha,$$

pour les valeurs de x depuis 0,00 jusqu'à 1,00, ou, ce qui revient au même, les valeurs logarithmiques de la fonction

$$\Gamma(y) = \int_0^\infty e^{-\alpha}\alpha^{y-1}\,d\alpha,$$

pour y compris entre 1 et 2.

Au moyen de la formule

$$(1)\qquad \Gamma(1+x) = x(x-1)\ldots(x-n+1)\Gamma(x-n+1),$$

n étant le plus grand entier contenu dans x, lorsque x est >1, et au moyen de la formule

$$(2)\qquad \Gamma(x) = \frac{1}{x}\Gamma(1+x),$$

lorsque x est compris entre 0 et l'unité, on pourra toujours ramener le calcul d'une valeur quelconque de la fonction $\Gamma(x)$ au cas où son argument est compris entre les limites de la Table.

Ainsi, on a

$$\Gamma(4,82719) = 3,82719 \times 2,82719 \times 1,82719 \times \Gamma(1,82719),$$

	3,82719......	0,58288
	2,82719......	0,45136
	1,82719......	0,26179
	$\Gamma(1,82719)$...	$\bar{1}$,97261
d'où	$\Gamma(4,82719)$...	1,26864

De même,

$$\Gamma(0,1) = \frac{1}{0,1}\Gamma(1,1) = (0,97834).$$

Pour

$$0 < x < 1,$$

$$(3)\qquad \Gamma(1+x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi x}{\sin\pi x},\quad \Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin\pi x}.$$

En particulier, n étant entier, on a

$$(4)\qquad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} = (0,24857),\quad \Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2^n}\sqrt{\pi}.$$

29. Lorsque x est entier, $\Gamma(1+x)$ se change dans la factorielle

$$x! = 1.2.3\ldots x.$$

Nous donnons les logarithmes à 8 décimales des valeurs de cette factorielle jusqu'à $x = 100$.

On peut, à l'aide de ces valeurs, calculer très-simplement diverses expressions qui se rencontrent dans le calcul des séries, telles que

$$1.3.5\ldots(2n-1) = \frac{(2n)!}{2^n \times n!} = \frac{\Gamma(2n+1)}{2^n\,\Gamma(n+1)},$$

$$\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots\quad 2n} = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} = \frac{\Gamma(2n+1)}{2^{2n}[\Gamma(n+1)]^2},$$

etc.

C'est ainsi qu'on a formé le tableau suivant :

Logarithmes des coefficients $\left[\frac{1}{2}\right]_n = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots\quad 2n}$ *du développement de* $(1-x)^{-\frac{1}{2}}$.

n	$\log\left[\frac{1}{2}\right]_n$	n	$\log\left[\frac{1}{2}\right]_n$	n	$\log\left[\frac{1}{2}\right]_n$	n	$\log\left[\frac{1}{2}\right]_n$	n	$\log\left[\frac{1}{2}\right]_n$
1	$\bar{1},6989\ 7000$	**6**	$\bar{1},3533\ 1202$	**11**	$\bar{1},2257\ 9525$	**16**	$\bar{1},1459\ 7270$	**21**	$\bar{1},0877\ 3057$
2	$\bar{1},5740\ 3127$	**7**	$\bar{1},3211\ 2734$	**12**	$\bar{1},2073\ 1185$	**17**	$\bar{1},1330\ 0772$	**22**	$\bar{1},0777\ 4635$
3	$\bar{1},4948\ 5002$	**8**	$\bar{1},2930\ 9862$	**13**	$\bar{1},1902\ 7851$	**18**	$\bar{1},1207\ 7326$	**23**	$\bar{1},0682\ 0104$
4	$\bar{1},4368\ 5807$	**9**	$\bar{1},2682\ 7503$	**14**	$\bar{1},1744\ 8424$	**19**	$\bar{1},1091\ 9139$	**24**	$\bar{1},0590\ 5766$
5	$\bar{1},3911\ 0058$	**10**	$\bar{1},2459\ 9864$	**15**	$\bar{1},1597\ 6098$	**20**	$\bar{1},0981\ 9601$	**25**	$\bar{1},0502\ 8373$

Nous donnons à la suite de ces Tables les valeurs des coefficients des développements en séries de $\log\Gamma(1+x)$, et les logarithmes des 31 premiers nombres de Bernoulli, d'après les valeurs de ces nombres calculées par Ohm (*Journal de Crelle*, tome XX, page 11).

30. II. *Table des valeurs du logarithme intégral*

$$\mathrm{li}\,x = \int_0^x \frac{dx}{\log x},$$

ou

$$\mathrm{li}\,e^y = \int_{-\infty}^{y} \frac{e^y}{y}\,dy.$$

Nous avons extrait cette Table d'un Mémoire de Bretschneider, publié dans le *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, tome VI, pages 127 et suiv.

L'argument de cette Table est $\log x = y$. La série qui donne la valeur de $\mathrm{li}\,e^y$ est la suivante

$$\mathrm{li}\,e^y = \mathrm{C} + \log y + \frac{y}{1} + \frac{1}{2}\frac{y^2}{2!} + \frac{1}{3}\frac{y^3}{3!} + \frac{1}{4}\frac{y^4}{4!} + \ldots,$$

la constante C ayant pour valeur

$$\mathrm{C} = 0{,}5772\ 1566\ 4901\ 5328\ 6060\ldots.$$

Pour trouver le logarithme intégral d'un nombre e^{a+z}, correspondant à un argument $a+z$ compris entre deux arguments a et $a+1$ de la Table, on se servira de la formule

$$\mathrm{li}\,e^{a+z} = \mathrm{li}\,e^a + \log\left(1+\frac{z}{a}\right) + \mathrm{A}_1 z + \mathrm{A}_2 z^2 + \mathrm{A}_3 z^3 + \ldots,$$

les coefficients de cette série étant donnés par les relations

$$\mathrm{A}_1 = \frac{1}{a}\left(e^a - 1\right), \quad (n+1)\mathrm{A}_{n+1} = \frac{1}{a}\left(\frac{e^a}{1.2\ldots n} - n\mathrm{A}_n\right).$$

Proposons-nous, par exemple, de calculer la valeur de li x pour $x = 20000$. Comme log nat $x = 9{,}903487$ est compris entre 9 et 10, mais plus voisin de 10, nous prendrons

$$a = 10, \quad z = -0{,}096513, \quad \text{d'où} \quad e^a = 22026,$$

et l'on en conclura, pour les valeurs des coefficients,

$$A_1 = 2202{,}5, \quad A_2 = 991{,}2, \quad A_3 = 301{,}0, \quad A_4 = 69{,}2, \ldots$$

Par conséquent,

$$\begin{array}{lrr}
\text{li}\, e^a & = & 2492{,}23 \\
\log \text{nat} \left(1 + \dfrac{z}{a}\right) & = - & 0{,}01 \\
A_1 z & = - & 212{,}57 \\
A_2 z^2 & = & 9{,}23 \\
A_3 z^3 & = - & 0{,}27 \\
A_4 z^4 & = & 0{,}01 \\
\hline
\text{li}\, x & = & 2288{,}62
\end{array}$$

On a ainsi une expression approchée du nombre des nombres premiers inférieurs à 20000, lequel est égal à 2260.

31. III. *Table des valeurs de l'intégrale*

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

Cette Table est extraite de la Table plus étendue que Kramp a publiée dans son *Analyse des réfractions astronomiques et terrestres.*

Nous y avons joint les valeurs logarithmiques des coefficients des séries qui peuvent servir à calculer cette transcendante pour des valeurs très-petites ou très-grandes de l'argument.

XVIII.

(Pages 62-63.)

Table des carrés, à 4 décimales, des nombres depuis 0,000 jusqu'à 1,200.

32. Cette Table est destinée à faciliter les calculs de la méthode des moindres carrés.

Elle peut servir de Table de multiplication, au moyen de la formule

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

Ainsi, pour multiplier 0,1387 par 1,7135, on aura

$$\begin{array}{lr}
\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 = (0{,}9261)^2 = & 0{,}8577 \\
\left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2 = (0{,}7874)^2 = & 0{,}6200 \\
\hline
\text{d'où} \qquad ab = & 0{,}2377
\end{array}$$

XIX.

(Page 64.)

Table de puissances.

33. I. *Puissances fractionnaires de* 10, *ou Table abrégée d'antilogarithmes à* 10 *décimales.*

Cette Table a été donnée par Long (*) avec 9 décimales, et son usage est expliqué dans l'*Algèbre* de Lacroix, n° 243 (note).

Elle peut servir à trouver par de simples multiplications le nombre correspondant à un logarithme donné, et par de simples divisions le logarithme correspondant à un nombre donné.

Ainsi, si l'on représente par $0,abcd\ldots$ la partie décimale d'un logarithme, le nombre correspondant sera

$$10^{0,abcd\ldots} = 10^{0,a} . 10^{0,0b} . 10^{0,00c} . 10^{0,000d}\ldots,$$

les facteurs de ce produit étant donnés par la Table.

Si le nombre est donné, en le divisant par le plus grand nombre de la Table qu'il contienne, et opérant de même sur les quotients successifs, on obtiendra les divers chiffres de la partie décimale de son logarithme

II. Les autres tableaux de cette page n'ont besoin d'aucune explication.

(*) *Philosophical Transactions*, 1724, n° 339.

FORMULES RELATIVES
AUX FONCTIONS HYPERBOLIQUES.

$$\mathrm{Sh}\,u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}, \qquad \mathrm{Ch}\,u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}, \qquad \mathrm{Th}\,u = \frac{\mathrm{Sh}\,u}{\mathrm{Ch}\,u} = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}.$$

$$\mathrm{Coséch}\,u = \frac{1}{\mathrm{Sh}\,u}, \qquad \mathrm{Séch}\,u = \frac{1}{\mathrm{Ch}\,u}, \qquad \mathrm{Coth}\,u = \frac{1}{\mathrm{Th}\,u}.$$

$$e^{\pm u} = \mathrm{Ch}\,u \pm \mathrm{Sh}\,u, \qquad (\mathrm{Ch}\,u \pm \mathrm{Sh}\,u)^n = \mathrm{Ch}\,nu \pm \mathrm{Sh}\,nu.$$

$$\sin(iu) = i\,\mathrm{Sh}\,u, \qquad \cos(iu) = \mathrm{Ch}\,u, \qquad \mathrm{tang}(iu) = i\,\mathrm{Th}\,u.$$

$$\mathrm{Sh}\,(iu) = i\sin u, \qquad \mathrm{Ch}\,(iu) = \cos u, \qquad \mathrm{Th}\,(iu) = i\,\mathrm{tang}\,u.$$

$$\mathrm{Sh}\,0 = 0, \qquad \mathrm{Ch}\,0 = 1, \qquad \mathrm{Th}\,0 = 0,$$

$$\mathrm{Sh}\,\infty = \infty, \qquad \mathrm{Ch}\,\infty = \infty, \qquad \mathrm{Th}\,\infty = 1.$$

$$\mathrm{Sh}(-u) = -\mathrm{Sh}\,u, \qquad \mathrm{Ch}(-u) = \mathrm{Ch}\,u, \qquad \mathrm{Th}(-u) = -\mathrm{Th}\,u.$$

$$d\,\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Ch}\,u\,du, \qquad d\,\mathrm{Ch}\,u = \mathrm{Sh}\,u\,du, \qquad d\,\mathrm{Th}\,u = \frac{du}{\mathrm{Ch}^2 u}.$$

$$d.\mathrm{Sh}^2 u = d.\mathrm{Ch}^2 u = 2\,\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Ch}\,u.du = \mathrm{Sh}\,2u.du.$$

$$d.\log \mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Coth}\,u\,du, \qquad d.\log \mathrm{Ch}\,u = \mathrm{Th}\,u\,du, \qquad d.\log \mathrm{Th}\,u = \frac{2\,du}{\mathrm{Sh}\,2u}.$$

$$\mathrm{Sh}\,u = \frac{u}{1} + \frac{u^3}{1.2.3} + \frac{u^5}{1.2.3.4.5} + \ldots$$

$$\mathrm{Ch}\,u = 1 + \frac{u^2}{1.2} + \frac{u^4}{1.2.3.4} + \frac{u^6}{1.2.3.4.5.6} + \ldots$$

$$\mathrm{Arg\,Sh}\,x = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = \frac{x}{1} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{x^5}{5} - \frac{1.3.5}{2.4.6}\frac{x^7}{7} + \ldots$$

$$\mathrm{Arg\,Ch}\,x = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \log\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

$$\mathrm{Arg\,Th}\,x = \int_0^x \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2}\log\frac{1+x}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots, \quad [x<1].$$

$$\mathrm{Arg\,Coth}\,x = \mathrm{Arg\,Th}\,\frac{1}{x} = \int_x^\infty \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2}\log\frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \ldots, \quad [x>1].$$

$$\mathrm{Arg\,Sh}\,x = \mathrm{Arg\,Ch}\sqrt{x^2+1} = \mathrm{Arg\,Th}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$\mathrm{Arg\,Ch}\,x = \mathrm{Arg\,Sh}\sqrt{x^2-1} = \mathrm{Arg\,Th}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = 2\,\mathrm{Arg\,Ch}\sqrt{\frac{x+1}{2}} = 2\,\mathrm{Arg\,Sh}\sqrt{\frac{x-1}{2}}$$

Pour u très-petit, $\left\{\begin{array}{l} \mathrm{Sh}\,u = u.(\mathrm{Ch}\,u)^{\frac{1}{3}}, \qquad \mathrm{Th}\,u = u.(\mathrm{Ch}\,u)^{-\frac{2}{3}}, \\ u = \mathrm{Sh}\,u.(\mathrm{Ch}\,u)^{-\frac{1}{3}} = \mathrm{Th}\,u.(\mathrm{Ch}\,u)^{\frac{2}{3}}. \end{array}\right.$

$$u = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \log\mathrm{tang}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\mathrm{Amh}\,u = \varphi = 2\,\mathrm{arc\,tang}\,e^u - \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{tang}\,\varphi, \qquad \mathrm{Ch}\,u = \mathrm{séc}\,\varphi, \qquad \mathrm{Th}\,u = \sin\varphi.$$

$$\mathrm{Ch}^2 u - \mathrm{Sh}^2 u = 1$$

$$\mathrm{Th}\,u = \frac{\mathrm{Sh}\,u}{\mathrm{Ch}\,u}.$$

$$\mathrm{Coth}\,u = \frac{\mathrm{Ch}\,u}{\mathrm{Sh}\,u}.$$

$$\mathrm{Th}\,u\,\mathrm{Coth}\,u = 1.$$

$$\mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{S\acute{e}ch}\,u = 1.$$

$$\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Cos\acute{e}ch}\,u = 1.$$

$$\mathrm{S\acute{e}ch}^2 u = 1 - \mathrm{Th}^2 u.$$

$$\mathrm{Cos\acute{e}ch}^2 u = \mathrm{Coth}^2 u - 1.$$

$$\mathrm{Sh}\,u = \frac{\mathrm{Th}\,u}{\sqrt{1 - \mathrm{Th}^2 u}}.$$

$$\mathrm{Ch}\,u = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{Th}^2 u}}.$$

$$\mathrm{Th}\,u = \frac{1}{\mathrm{Coth}\,u} = \frac{\mathrm{Sh}\,u}{\sqrt{1 + \mathrm{Sh}^2 u}} = \frac{\sqrt{\mathrm{Ch}^2 u - 1}}{\mathrm{Ch}\,u}.$$

$$\mathrm{Sh}\,2u = 2\,\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Ch}\,u.$$

$$\mathrm{Ch}\,2u = 2\,\mathrm{Ch}^2 u - 1 = \mathrm{Ch}^2 u + \mathrm{Sh}^2 u = 1 + 2\,\mathrm{Sh}^2 u.$$

$$\mathrm{Th}\,2u = \frac{2\,\mathrm{Th}\,u}{1 + \mathrm{Th}^2 u} = \frac{2}{\mathrm{Coth}\,u + \mathrm{Th}\,u}.$$

$$\mathrm{Coth}\,2u = \frac{\mathrm{Coth}^2 u + 1}{2\,\mathrm{Coth}\,u} = \tfrac{1}{2}\mathrm{Coth}\,u + \tfrac{1}{2}\mathrm{Th}\,u.$$

$$\frac{\mathrm{Ch}\,u + \mathrm{Sh}\,u}{\mathrm{Ch}\,u - \mathrm{Sh}\,u} = \frac{1 + \mathrm{Th}\,u}{1 - \mathrm{Th}\,u} = \frac{\mathrm{Coth}\,u + 1}{\mathrm{Coth}\,u - 1} = e^{2u}.$$

$$\mathrm{Sh}(u \pm v) = \mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Ch}\,v \pm \mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{Sh}\,v.$$

$$\mathrm{Ch}(u \pm v) = \mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{Ch}\,v \pm \mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Sh}\,v.$$

$$\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Ch}\,v = \tfrac{1}{2}\mathrm{Sh}(u+v) + \tfrac{1}{2}\mathrm{Sh}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{Sh}\,v = \tfrac{1}{2}\mathrm{Sh}(u+v) - \tfrac{1}{2}\mathrm{Sh}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{Ch}\,v = \tfrac{1}{2}\mathrm{Ch}(u+v) + \tfrac{1}{2}\mathrm{Ch}(u-v).$$

$$\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Sh}\,v = \tfrac{1}{2}\mathrm{Ch}(u+v) - \tfrac{1}{2}\mathrm{Ch}(u-v).$$

$$\mathrm{Sh}\,u + \mathrm{Sh}\,v = 2\,\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{2}(u+v)\,\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{2}(u-v).$$

$$\mathrm{Sh}\,u - \mathrm{Sh}\,v = 2\,\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{2}(u+v)\,\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{2}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}\,u + \mathrm{Ch}\,v = 2\,\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{2}(u+v)\,\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{2}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}\,u - \mathrm{Ch}\,v = 2\,\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{2}(u+v)\,\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{2}(u-v).$$

$$\frac{\mathrm{Sh}\,u + \mathrm{Sh}\,v}{\mathrm{Sh}\,u - \mathrm{Sh}\,v} = \frac{\mathrm{Th}\,\frac{1}{2}(u+v)}{\mathrm{Th}\,\frac{1}{2}(u-v)}.$$

$$\frac{\mathrm{Ch}\,u + \mathrm{Ch}\,v}{\mathrm{Ch}\,u - \mathrm{Ch}\,v} = \frac{1}{\mathrm{Th}\,\frac{1}{2}(u+v)\,\mathrm{Th}\,\frac{1}{2}(u-v)}.$$

$$\frac{\mathrm{Sh}\,u \pm \mathrm{Sh}\,v}{\mathrm{Ch}\,u + \mathrm{Ch}\,v} = \frac{\mathrm{Ch}\,u - \mathrm{Ch}\,v}{\mathrm{Sh}\,u \mp \mathrm{Sh}\,v} = \mathrm{Th}\,\tfrac{1}{2}(u \pm v).$$

$$\mathrm{Th}(u \pm v) = \frac{\mathrm{Th}\,u \pm \mathrm{Th}\,v}{1 \pm \mathrm{Th}\,u\,\mathrm{Th}\,v}.$$

$$\mathrm{Coth}(u \pm v) = \frac{\mathrm{Coth}\,u\,\mathrm{Coth}\,v \pm 1}{\mathrm{Coth}\,v \pm \mathrm{Coth}\,u}.$$

$$\mathrm{Th}\,u \pm \mathrm{Th}\,v = \frac{\mathrm{Sh}(u \pm v)}{\mathrm{Ch}\,u\,\mathrm{Ch}\,v}.$$

$$\mathrm{Coth}\,u \pm \mathrm{Coth}\,v = \frac{\mathrm{Sh}(u \pm v)}{\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Sh}\,v}.$$

$$\mathrm{Coth}\,u \pm \mathrm{Th}\,v = \frac{\mathrm{Ch}(u \pm v)}{\mathrm{Sh}\,u\,\mathrm{Ch}\,v}.$$

$$\mathrm{Sh}^2 u - \mathrm{Sh}^2 v = \mathrm{Ch}^2 u - \mathrm{Ch}^2 v = \mathrm{Sh}(u+v)\,\mathrm{Sh}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}^2 u + \mathrm{Sh}^2 v = \mathrm{Sh}^2 u + \mathrm{Ch}^2 v = \mathrm{Ch}(u+v)\,\mathrm{Ch}(u-v).$$

$$\mathrm{Ch}\,u + 1 = 2\,\mathrm{Ch}^2\tfrac{1}{2}u, \qquad \mathrm{Ch}\,u - 1 = 2\,\mathrm{Sh}^2\tfrac{1}{2}u.$$

$$\mathrm{Th}\tfrac{1}{2}u = \frac{1}{\mathrm{Coth}\frac{1}{2}u} = \frac{\mathrm{Sh}\,u}{\mathrm{Ch}\,u + 1} = \frac{\mathrm{Ch}\,u - 1}{\mathrm{Sh}\,u} = \sqrt{\frac{\mathrm{Ch}\,u - 1}{\mathrm{Ch}\,u + 1}}.$$

$$\mathrm{Ch}\,u = \frac{1 + \mathrm{Th}^2\frac{1}{2}u}{1 - \mathrm{Th}^2\frac{1}{2}u}.$$

$$\mathrm{Sh}\,3u = 4\,\mathrm{Sh}^3 u + 3\,\mathrm{Sh}\,u = \mathrm{Sh}\,u\,(4\,\mathrm{Ch}^2 u - 1),$$

$$\mathrm{Ch}\,3u = 4\,\mathrm{Ch}^3 u - 3\,\mathrm{Ch}\,u = \mathrm{Ch}\,u\,(4\,\mathrm{Sh}^2 u + 1).$$

$$\mathrm{Th}\,3u = \frac{\mathrm{Th}^3 u + 3\,\mathrm{Th}\,u}{3\,\mathrm{Th}^2 u + 1}. \qquad \mathrm{Coth}\,3u = \frac{\mathrm{Coth}\,u + 3\,\mathrm{Th}\,u}{3 + \mathrm{Th}^2 u}.$$

$$\mathrm{Sh}\,(n+1)\,u = 2\,\mathrm{Ch}\,u.\mathrm{Sh}\,nu - \mathrm{Sh}\,(n-1)\,u,$$

$$\mathrm{Ch}\,(n+1)\,u = 2\,\mathrm{Ch}\,u.\mathrm{Ch}\,nu - \mathrm{Ch}\,(n-1)\,u.$$

Des formules de la page XXXVII des *T.* à 5 *D.* il est aisé d'en déduire d'autres relatives aux fonctions hyperboliques, en remplaçant sin a, sin na, cos a, cos na par $i\,\mathrm{Sh}\,a$, $i\,\mathrm{Sh}\,na$, $\mathrm{Ch}\,a$, $\mathrm{Ch}\,na$.

Résolution des équations du second et du troisième degré.

p positif ou négatif,
q positif.

I. $x^2 + px + q = 0, \quad \left(\frac{p^2}{4} > q\right).$

$$\mathrm{Th}\,u = \frac{2}{p}\sqrt{q},$$

$$x' = -\sqrt{q}\,\mathrm{Coth}\,\tfrac{1}{2}u,$$

$$x'' = -\sqrt{q}\,\mathrm{Th}\,\tfrac{1}{2}u.$$

II. $x^2 + px + q = 0, \quad \left(\frac{p^2}{4} < q\right)$

$$\mathrm{Ch}\,u = \pm\frac{2}{p}\sqrt{q}, \quad (\pm p > 0),$$

$$\left.\begin{matrix} x' \\ x'' \end{matrix}\right\} = -\frac{p}{2} \pm i\sqrt{q}\,.\,\mathrm{Th}\,u.$$

III. $x^2 + px - q = 0.$

$$\mathrm{Sh}\,u = \frac{2}{p}\sqrt{q},$$

$$x' = \sqrt{q}\,.\,\mathrm{Th}\,\tfrac{1}{2}u,$$

$$x'' = -\sqrt{q}\,.\,\mathrm{Coth}\,\tfrac{1}{2}u.$$

p positif,
q positif ou négatif.

I. $x^3 + px + q = 0.$

$$\mathrm{Sh}\,u = -\frac{q}{2}\left(\frac{3}{p}\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$x' = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\cdot\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{3}u,$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = -\tfrac{1}{2}x' \pm i\sqrt{p}\,.\,\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{3}u.$$

II. $x^3 - px + q = 0, \quad \left(\frac{p^3}{27} < \frac{q^2}{4}\right).$

$$\mathrm{Ch}\,u = \mp\frac{q}{2}\left(\frac{3}{p}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (\mp q > 0),$$

$$x' = \pm 2\sqrt{\frac{p}{3}}\cdot\mathrm{Ch}\,\tfrac{1}{3}u,$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = -\tfrac{1}{2}x' \pm i\sqrt{p}\,.\,\mathrm{Sh}\,\tfrac{1}{3}u.$$

III. $x^3 - px + q = 0, \quad \left(\frac{p^3}{27} > \frac{q^2}{4}\right).$

$$\cos u = \frac{q}{2}\left(\frac{3}{p}\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$x' = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\cdot\cos\tfrac{1}{3}u,$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\cdot\cos\tfrac{1}{3}(\pi \pm u).$$

FORMULES RELATIVES AUX FONCTIONS ELLIPTIQUES.

§ I^er.

Des fonctions ϑ.

Soit ρ un nombre positif, et posons

(1) $$q = e^{-2\rho}, \quad \rho = \frac{1}{2}\log\text{nat.}\frac{1}{q}.$$

Les fonctions ϑ sont définies par les équations (*)

(2) $$\left\{\begin{array}{l} \vartheta x = 1 - 2q\cos 2x + 2q^4\cos 4x - 2q^9\cos 6x + - \ldots, \\ \vartheta_1 x = 2q^{\frac{1}{4}}\sin x - 2q^{\frac{9}{4}}\sin 3x + 2q^{\frac{25}{4}}\sin 5x - + \ldots, \\ \vartheta_2 x = 2q^{\frac{1}{4}}\cos x + 2q^{\frac{9}{4}}\cos 3x + 2q^{\frac{25}{4}}\cos 5x + \ldots, \\ \vartheta_3 x = 1 + 2q\cos 2x + 2q^4\cos 4x + 2q^9\cos 6x + \ldots. \end{array}\right.$$

Lorsque la constante q se trouve remplacée par une autre lettre, q' par exemple, on la mettra en évidence, et l'on écrira

$$\vartheta(x, q'), \quad \vartheta_1(x, q'), \quad \vartheta_2(x, q'), \quad \vartheta_3(x, q').$$

On a d'abord les relations

(3) $$\vartheta(-x) = \vartheta x, \quad \vartheta_1(-x) = -\vartheta_1 x, \quad \vartheta_2(-x) = \vartheta_2 x, \quad \vartheta_3(-x) = \vartheta_3 x.$$

En faisant, pour abréger,

$$q^{\frac{1}{4}} e^{-xi} = g,$$

(*) Pour comparer nos notations avec celles de Jacobi, si l'on pose (n° 11)

$$u = \frac{2K}{\pi}x, \quad \rho = \frac{\pi K'}{2K}, \quad q = e^{-\frac{\pi K'}{K}},$$

on aura

$$\Theta(u) = \vartheta x, \quad H(u) = \vartheta_1 x, \quad H_1(u) = \vartheta_2 x, \quad \Theta_1(u) = \vartheta_3 x,$$

et les relations (4) deviendront

$$g = q^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{\pi u}{2K}i},$$

$$\Theta(u) = \Theta_1(K-u) = ig\,H(u-K'i) = -ig\,H_1(u+K-K'i),$$
$$H(u) = H_1(K-u) = ig\,\Theta(u-K'i) = \quad ig\,\Theta_1(u+K-K'i),$$
etc.

On en tire (*voyez* § XI)

$$\Theta(0) = \Theta_1(K), \quad H(0) = H_1(K) = 0, \quad H_1(0) = H(K), \quad \Theta_1(0) = \Theta(K),$$
etc.

on a entre les quatre fonctions ϑ les relations

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned}
\vartheta\, x &= \vartheta_3\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = ig\vartheta_1(x - \rho i) = -ig\vartheta_2\left(x + \frac{\pi}{2} - \rho i\right),\\
\vartheta_1 x &= \vartheta_2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = ig\vartheta\,(x - \rho i) = \quad ig\vartheta_3\left(x + \frac{\pi}{2} - \rho i\right),\\
\vartheta_2 x &= \vartheta_1\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \ g\vartheta_3(x - \rho i) = \quad g\vartheta\left(x + \frac{\pi}{2} - \rho i\right),\\
\vartheta_3 x &= \vartheta\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \ g\vartheta_2(x - \rho i) = \quad g\vartheta_1\left(x + \frac{\pi}{2} - \rho i\right).
\end{aligned}\right.$$

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned}
\vartheta\,(0) &= \vartheta_3\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + - \ldots,\\
\vartheta_1(0) &= \vartheta_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,\\
\vartheta_2(0) &= \vartheta_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2q^{\frac{1}{4}} + 2q^{\frac{9}{4}} + 2q^{\frac{25}{4}} + \ldots,\\
\vartheta_3(0) &= \vartheta\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \ldots.
\end{aligned}\right.$$

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned}
&\text{Pour}\left\{\begin{aligned} x\ &= \alpha + m\pi + 2n\rho i,\\ X_n &= q^{-n^2}e^{-2n\alpha i},\end{aligned}\right.\\
&\text{on a}\left\{\begin{aligned}
\vartheta\, x &= (-1)^n \quad X_n . \vartheta\,\alpha,\\
\vartheta_1 x &= (-1)^{m+n} X_n . \vartheta_1\alpha,\\
\vartheta_2 x &= (-1)^m \quad X_n . \vartheta_2\alpha,\\
\vartheta_3 x &= \qquad\qquad X_n . \vartheta_3\alpha.
\end{aligned}\right.
\end{aligned}\right.
\qquad
(7)\quad \left\{\begin{aligned}
&\text{Pour}\left\{\begin{aligned} x\ &= \alpha + m\pi + (2n+1)\rho i\\ X_n &= q^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}e^{-(2n+1)\alpha i},\end{aligned}\right.\\
&\text{on a}\left\{\begin{aligned}
\vartheta\, x &= (-1)^{n+\frac{1}{2}} \quad X_n . \vartheta_1\alpha,\\
\vartheta_1 x &= (-1)^{m+n+\frac{1}{2}} X_n . \vartheta\,\alpha,\\
\vartheta_2 x &= (-1)^m \qquad X_n . \vartheta_3\alpha,\\
\vartheta_3 x &= \qquad\qquad\quad X_n . \vartheta_2\alpha.
\end{aligned}\right.
\end{aligned}\right.$$

§ II.

Soient

$$(8)\qquad \rho' = \frac{\pi^2}{4}\cdot\frac{1}{\rho}, \qquad x' = x\sqrt{\frac{\rho'}{\rho}} = \frac{\pi x}{2\rho} = \frac{2\rho' x}{\pi},$$

d'où

$$(9)\qquad \rho\rho' = \frac{\pi^2}{4}, \qquad \frac{x'}{x} = \frac{\sqrt{\rho'}}{\sqrt{\rho}} = \frac{\pi}{2\rho} = \frac{2\rho'}{\pi} = \gamma,$$

$$(10)\qquad q' = e^{-2\rho'}, \qquad \rho' = \frac{1}{2}\log\text{nat.}\frac{1}{q'}.$$

En faisant, pour abréger (*),

$$V = \sqrt{\gamma}.e^{\frac{x^2}{2\rho}} = \sqrt{\gamma}.e^{\frac{x'^2}{2\rho'}} = \sqrt{\gamma}.q'^{\frac{x^2}{\pi^2}} = \sqrt{\gamma}.q^{\frac{x'^2}{\pi^2}},$$

on aura

$$(11)\qquad \left\{\begin{aligned}
\vartheta\,(xi) &= V.\vartheta_2(x', q'),\\
\frac{1}{i}\vartheta_1(xi) &= V.\vartheta_1(x', q'),\\
\vartheta_2(xi) &= V.\vartheta\,(x', q'),\\
\vartheta_3(xi) &= V.\vartheta_3(x', q').
\end{aligned}\right.$$

(*) D'après la notation de Jacobi,

$$\rho' = \frac{\pi K}{2K'}, \quad q' = e^{-\frac{\pi K}{K'}}, \quad x' = \frac{\pi u}{2K'}, \quad \vartheta(x', q') = \Theta\,(u, k'), \quad \text{etc.}$$

Pour q voisin de l'unité, q' très-petit, on emploiera les formules

$$V' = \sqrt{\gamma}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\rho}} = \sqrt{\gamma}\cdot e^{-\frac{x'^2}{2\rho'}} = \sqrt{\gamma}\cdot q'^{-\frac{x'^2}{\pi^2}} = \sqrt{\gamma}\cdot q^{-\frac{x^2}{\pi^2}}.$$

$$(12)\quad \begin{cases} \vartheta\, x = V'\left(2q'^{\frac{1}{4}}\,\mathrm{Ch}\, x' + 2q'^{\frac{9}{4}}\,\mathrm{Ch}\,3x' + 2q'^{\frac{25}{4}}\,\mathrm{Ch}\,5x' + \ldots\ldots\right), \\ \vartheta_1 x = V'\left(2q'^{\frac{1}{4}}\,\mathrm{Sh}\, x' - 2q'^{\frac{9}{4}}\,\mathrm{Sh}\,3x' + 2q'^{\frac{25}{4}}\,\mathrm{Sh}\,5x' - + \ldots\right), \\ \vartheta_2 x = V'\left(1 - 2q'\,\mathrm{Ch}\,2x' + 2q'^4\,\mathrm{Ch}\,4x' - 2q'^9\,\mathrm{Ch}\,6x' + - \ldots\right), \\ \vartheta_3 x = V'\left(1 + 2q'\,\mathrm{Ch}\,2x' + 2q'^4\,\mathrm{Ch}\,4x' + 2q'^9\,\mathrm{Ch}\,6x' + \ldots\ldots\right); \end{cases}$$

$$(13)\quad \begin{cases} \vartheta\,(0) = \sqrt{\gamma}\left(\quad 2q'^{\frac{1}{4}} + 2q'^{\frac{9}{4}} + 2q'^{\frac{25}{4}} + \ldots\ldots\right), \\ \vartheta_2(0) = \sqrt{\gamma}\left(1 - 2q' + 2q'^4 - 2q'^9 + - \ldots\right), \\ \vartheta_3(0) = \sqrt{\gamma}\left(1 + 2q' + 2q'^4 + 2q'^9 + \ldots\ldots\right). \end{cases}$$

§ III.

Soient, pour abréger,

$$(14)\quad \Gamma = \sqrt{\gamma}\cdot e^{\frac{y^2 - x^2}{2\rho}} = \sqrt{\gamma}\cdot e^{\frac{y'^2 - x'^2}{2\rho'}},\quad y' = y\sqrt{\frac{\rho'}{\rho}},$$

$$(15)\quad \begin{cases} \lambda'\,(x, yi, q) = 1 - 2q\cos 2x\,\mathrm{Ch}\,2y + 2q^4\cos 4x\,\mathrm{Ch}\,4y - + \ldots, \\ \lambda''\,(x, yi, q) = 2q\sin 2x\,\mathrm{Sh}\,2y - 2q^4\sin 4x\,\mathrm{Sh}\,4y + - \ldots, \\ \lambda'_1\,(x, yi, q) = 2q^{\frac{1}{4}}\sin x\,\mathrm{Ch}\,y - 2q^{\frac{9}{4}}\sin 3x\,\mathrm{Ch}\,3y + - \ldots, \\ \lambda''_1\,(x, yi, q) = 2q^{\frac{1}{4}}\cos x\,\mathrm{Sh}\,y - 2q^{\frac{9}{4}}\cos 3x\,\mathrm{Sh}\,3y + - \ldots, \\ \lambda'_2\,(x, yi, q) = 2q^{\frac{1}{4}}\cos x\,\mathrm{Ch}\,y + 2q^{\frac{9}{4}}\cos 3x\,\mathrm{Ch}\,3y + \ldots, \\ \lambda''_2\,(x, yi, q) = 2q^{\frac{1}{4}}\sin x\,\mathrm{Sh}\,y + 2q^{\frac{9}{4}}\sin 3x\,\mathrm{Sh}\,3y + \ldots, \\ \lambda'_3\,(x, yi, q) = 1 + 2q\cos 2x\,\mathrm{Ch}\,2y + 2q^4\cos 4x\,\mathrm{Ch}\,4y + \ldots, \\ \lambda''_3\,(x, yi, q) = 2q\sin 2x\,\mathrm{Sh}\,2y + 2q^4\sin 4x\,\mathrm{Sh}\,4y + \ldots. \end{cases}$$

On a

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{\vartheta\,(x+yi) + \vartheta\,(x-yi)}{2} = \lambda'(x, yi, q) = \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_2(y', x'i, q') + \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_2(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta\,(x+yi) - \vartheta\,(x-yi)}{2i} = \lambda''(x, yi, q) = -\Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_2(y', x'i, q') + \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_2(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_1(x+yi) + \vartheta_1(x-yi)}{2} = \lambda'_1(x, yi, q) = \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_1(y', x'i, q') + \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_1(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_1(x+yi) - \vartheta_1(x-yi)}{2i} = \lambda''_1(x, yi, q) = \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_1(y', x'i, q') - \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_1(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_2(x-yi) + \vartheta_2(x+yi)}{2} = \lambda'_2(x, yi, q) = \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'(y', x'i, q') - \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_2(x-yi) - \vartheta_2(x+yi)}{2i} = \lambda''_2(x, yi, q) = \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'(y', x'i, q') + \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_3(x-yi) + \vartheta_3(x+yi)}{2} = \lambda'_3(x, yi, q) = \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_3(y', x'i, q') + \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_3(y', x'i, q'), \\ \dfrac{\vartheta_3(x-yi) - \vartheta_3(x+yi)}{2i} = \lambda''_3(x, yi, q) = \Gamma\sin\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda'_3(y', x'i, q') - \Gamma\cos\dfrac{x'y'}{\rho'}\lambda''_3(y', x'i, q'). \end{cases}$$

§ IV.

$$(17)\quad \left\{\begin{aligned}
&\log\frac{\vartheta x}{\vartheta 0} = \frac{2\sin^2 x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{2\sin^2 2x}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} + \frac{2\sin^2 3x}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + \ldots,\\
&\log\frac{\vartheta_1 x}{\vartheta_2 0} = \log\sin x - \frac{2q\cos^2 x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{2q^2\sin^2 2x}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} - \frac{2q^3\cos^2 3x}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots,\\
&\log\frac{\vartheta_2 x}{\vartheta_2 0} = \log\cos x - \frac{2q\sin^2 x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{2q^2\sin^2 2x}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} - \frac{2q^3\sin^2 3x}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots,\\
&\log\frac{\vartheta_3 x}{\vartheta_3 0} = -\frac{2\sin^2 x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{2\sin^2 2x}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} - \frac{2\sin^2 3x}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots.
\end{aligned}\right.$$

$$(18)\quad \left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\log\frac{\vartheta(x+y)}{\vartheta(x-y)} = \frac{\sin 2x\sin 2y}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{\sin 4x\sin 4y}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} + \frac{\sin 6x\sin 6y}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + \ldots,\\
&\frac{1}{2}\log\frac{\vartheta_1(x+y)}{\vartheta_1(x-y)} = \frac{1}{2}\log\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} + \frac{q\sin 2x\sin 2y}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{q^2\sin 4x\sin 4y}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} + \frac{q^3\sin 6x\sin 6y}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + \ldots,\\
&\frac{1}{2}\log\frac{\vartheta_2(x+y)}{\vartheta_2(x-y)} = \frac{1}{2}\log\frac{\cos(x+y)}{\cos(x-y)} - \frac{q\sin 2x\sin 2y}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{q^2\sin 4x\sin 4y}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} - \frac{q^3\sin 6x\sin 6y}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots\\
&\frac{1}{2}\log\frac{\vartheta_3(x+y)}{\vartheta_3(x-y)} = -\frac{\sin 2x\sin 2y}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + \frac{\sin 4x\sin 4y}{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho} - \frac{\sin 6x\sin 6y}{3\,\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots.
\end{aligned}\right.$$

$$(19)\quad \left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta(x+yi)}{\vartheta(x-yi)} = \operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda''(x, yi, q)}{\lambda'(x, yi, q)}, \qquad [\textit{Voyez}\ \text{form. (15).}]\\
&\frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta_1(yi-x)}{\vartheta_1(yi+x)} = x + \operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda''[x, (\rho-y)i, q]}{\lambda'[x, (\rho-y)i, q]},\\
&\frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta_2(x-yi)}{\vartheta_2(x+yi)} = x - \operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda''_3[x, (\rho-y)i, q]}{\lambda'_3[x, (\rho-y)i, q]},\\
&\frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta_3(x-yi)}{\vartheta_3(x+yi)} = \operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda''_3(x, yi, q)}{\lambda'_3(x, yi, q)}.
\end{aligned}\right.$$

§ V.

$$(20)\quad \left\{\begin{aligned}
&D_x\log\vartheta x = \frac{2}{\vartheta x}\left(2q\sin 2x - 4q^4\sin 4x + 6q^9\sin 6x - + \ldots\right)\ (*)\\
&D_x\log\vartheta_1 x = \frac{2}{\vartheta_1 x}\left(q^{\frac{1}{4}}\cos x - 3q^{\frac{9}{4}}\cos 3x + 5q^{\frac{25}{4}}\cos 5x - + \ldots\right),\\
&D_x\log\vartheta_2 x = -\frac{2}{\vartheta_2 x}\left(q^{\frac{1}{4}}\sin x + 3q^{\frac{9}{4}}\sin 3x + 5q^{\frac{25}{4}}\sin 5x + \ldots\ldots\right),\\
&D_x\log\vartheta_3 x = -\frac{2}{\vartheta_3 x}\left(2q\sin 2x + 4q^4\sin 4x + 6q^9\sin 6x + \ldots\ldots\right).
\end{aligned}\right.$$

$$(21)\quad \left\{\begin{aligned}
&D_x\log\vartheta x = 2\frac{\sin 2x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + 2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Sh}\,4\rho} + 2\frac{\sin 6x}{\mathrm{Sh}\,6\rho} + \ldots,\\
&D_x\log\vartheta_1 x = \cot x + 2q\frac{\sin 2x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + 2q^2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Sh}\,4\rho} + 2q^3\frac{\sin 6x}{\mathrm{Sh}\,6\rho} + \ldots,\\
&D_x\log\vartheta_2 x = -\operatorname{tang} x - 2q\frac{\sin 2x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + 2q^2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Sh}\,4\rho} - 2q^3\frac{\sin 6x}{\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots,\\
&D_x\log\vartheta_3 x = -2\frac{\sin 2x}{\mathrm{Sh}\,2\rho} + 2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Sh}\,4\rho} - 2\frac{\sin 6x}{\mathrm{Sh}\,6\rho} + - \ldots.
\end{aligned}\right.$$

(*) $D_x\log\vartheta x = \frac{2K}{\pi}\cdot D_u\log\Theta(u) = \frac{2K}{\pi}\cdot Z(u)$ (JACOBI).

$$
(22)\quad\left\{
\begin{aligned}
D_x \log \vartheta\ x &= -\frac{2x'}{\pi} + \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}}\left(\operatorname{Th} x' + 2q'\frac{\operatorname{Sh} 2x'}{\operatorname{Sh} 2\rho'} - 2q'^2\frac{\operatorname{Sh} 4x'}{\operatorname{Sh} 4\rho'} + - \ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_1 x &= -\frac{2x'}{\pi} + \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}}\left(\frac{1}{\operatorname{Th} x'} - 2q'\frac{\operatorname{Sh} 2x'}{\operatorname{Sh} 2\rho'} - 2q'^2\frac{\operatorname{Sh} 4x'}{\operatorname{Sh} 4\rho'} - \ldots\ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_2 x &= -\frac{2x'}{\pi} - 2\sqrt{\frac{\rho'}{\rho}}\left(\frac{\operatorname{Sh} 2x'}{\operatorname{Sh} 2\rho'} + \frac{\operatorname{Sh} 4x'}{\operatorname{Sh} 4\rho'} + \ldots\ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_3 x &= -\frac{2x'}{\pi} + 2\sqrt{\frac{\rho'}{\rho}}\left(\frac{\operatorname{Sh} 2x'}{\operatorname{Sh} 2\rho'} - \frac{\operatorname{Sh} 4x'}{\operatorname{Sh} 4\rho'} + - \ldots\right).
\end{aligned}\right.
$$

$$
(23)\quad\left\{
\begin{aligned}
D_x \log \vartheta\ (xi) &= -\frac{2}{\vartheta\ (xi)}\left(2q \operatorname{Sh} 2x - 4q^4 \operatorname{Sh} 4x + 6q^9 \operatorname{Sh} 6x - + \ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_1 (xi) &= \frac{2i}{\vartheta_1 (xi)}\left(q^{\frac{1}{4}} \operatorname{Ch} x - 3q^{\frac{9}{4}} \operatorname{Ch} 3x + 5q^{\frac{25}{4}} \operatorname{Ch} 5x - + \ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_2 (xi) &= \frac{2}{\vartheta_2 (xi)}\left(q^{\frac{1}{4}} \operatorname{Sh} x + 3q^{\frac{9}{4}} \operatorname{Sh} 3x + 5q^{\frac{25}{4}} \operatorname{Sh} 5x + \ldots\ldots\right),\\
D_x \log \vartheta_3 (xi) &= \frac{2}{\vartheta_3 (xi)}\left(2q \operatorname{Sh} 2x + 4q^4 \operatorname{Sh} 4x + 6q^9 \operatorname{Sh} 6x + \ldots\ldots\right).
\end{aligned}\right.
$$

$$
(24)\quad\left\{
\begin{aligned}
D_x \log \vartheta\ (xi) &= -\operatorname{Sh} 2x\left[\frac{1}{\operatorname{Sh}(\rho - x)\operatorname{Sh}(\rho + x)} + \frac{1}{\operatorname{Sh}(3\rho - x)\operatorname{Sh}(3\rho + x)} + \ldots\right],\\
D_x \log \vartheta_1 (xi) &= 1 + \operatorname{Sh} 2(\rho - x)\left[\frac{1}{\operatorname{Sh} x \operatorname{Sh}(2\rho - x)} + \frac{1}{\operatorname{Sh}(2\rho + x)\operatorname{Sh}(4\rho - x)} + \ldots\right],\\
D_x \log \vartheta_2 (xi) &= 1 - \operatorname{Sh} 2(\rho - x)\left[\frac{1}{\operatorname{Ch} x \operatorname{Ch}(2\rho - x)} + \frac{1}{\operatorname{Ch}(2\rho + x)\operatorname{Ch}(4\rho - x)} + \ldots\right],\\
D_x \log \vartheta_3 (xi) &= \operatorname{Sh} 2x\left[\frac{1}{\operatorname{Ch}(\rho - x)\operatorname{Ch}(\rho + x)} + \frac{1}{\operatorname{Ch}(3\rho - x)\operatorname{Ch}(3\rho + x)} + \ldots\right].
\end{aligned}\right.
$$

§ VI.

Des fonctions elliptiques.

Soient k le *module* positif et < 1, k' le *module complémentaire*, θ l'*angle* du module, φ l'*amplitude* de l'intégrale $F(\varphi)$.

$$
(25)\qquad k^2 + k'^2 = 1, \qquad k = \sin\theta, \qquad k' = \cos\theta.
$$

$$
(26)\quad\left\{
\begin{aligned}
&\Delta\varphi = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi},\\
&u = F(\varphi) = \arg \operatorname{am} \varphi = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}, \qquad \varphi = \operatorname{am} u.
\end{aligned}\right.
$$

$$
(27)\quad\left\{
\begin{aligned}
\sin \operatorname{am} u &= \operatorname{sn} u = \sin\varphi,\\
\cos \operatorname{am} u &= \operatorname{cn} u = \cos\varphi,\\
\Delta \operatorname{am} u &= \operatorname{dn} u = \Delta\varphi,\\
\operatorname{tang} \operatorname{am} u &= \operatorname{tn} u = \operatorname{tang}\varphi.
\end{aligned}\right.
\qquad
(28)\quad\left\{
\begin{aligned}
&\text{Pour } u \text{ réel},\\
-1 &< \operatorname{sn} u < +1,\\
-1 &< \operatorname{cn} u < +1,\\
k' &< \operatorname{dn} u < +1,\\
-\infty &< \operatorname{tn} u < +\infty.
\end{aligned}\right.
$$

Si le module est représenté par un autre signe que la lettre k, on le met en évidence, et l'on écrit, par exemple, le module étant λ,

$$\Delta(\varphi, \lambda), \quad F(\varphi, \lambda), \quad \mathrm{am}(u, \lambda), \quad \mathrm{sn}(u, \lambda), \quad \text{etc.}$$

$$(29) \quad \begin{cases} K = F^1(k) = F^1 = \arg\mathrm{am}\dfrac{\pi}{2} = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{d\varphi}{\Delta\varphi}, \\ K' = F^1(k') = \arg\mathrm{am}\left(\dfrac{\pi}{2}, k'\right) = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{d\varphi}{\Delta(\varphi, k')}. \end{cases}$$

§ VII.

$$(30) \quad \begin{cases} \dfrac{d.\mathrm{am}\,u}{du} = \mathrm{dn}\,u, \\ \dfrac{d.\mathrm{sn}\,u}{du} = \mathrm{cn}\,u\,\mathrm{dn}\,u, \\ \dfrac{d.\mathrm{cn}\,u}{du} = -\mathrm{sn}\,u\,\mathrm{dn}\,u, \\ \dfrac{d.\mathrm{dn}\,u}{du} = -k^2\mathrm{sn}\,u\,\mathrm{cn}\,u, \\ \dfrac{d.\mathrm{tn}\,u}{du} = \dfrac{\mathrm{dn}\,u}{\mathrm{cn}^2 u}. \end{cases}$$

$$(31) \quad \begin{cases} \arg\mathrm{am}\,t = \displaystyle\int_0^t \dfrac{dt}{\sqrt{1 - k^2\sin^2 t}}, \\ \arg\mathrm{sn}\,t = \displaystyle\int_0^t \dfrac{dt}{\sqrt{1-t^2}\sqrt{1-k^2t^2}}, \\ \arg\mathrm{cn}\,t = \displaystyle\int_1^t \dfrac{dt}{\sqrt{1-t^2}\sqrt{k'^2+k^2t^2}}, \\ \arg\mathrm{dn}\,t = \displaystyle\int_1^t \dfrac{dt}{\sqrt{1-t^2}\sqrt{t^2-k'^2}}, \\ \arg\mathrm{tn}\,t = \displaystyle\int_0^t \dfrac{dt}{\sqrt{1+t^2}\sqrt{1+k'^2t^2}}. \end{cases}$$

$$(32) \quad \begin{cases} \mathrm{sn}^2 u + \mathrm{cn}^2 u = 1, \\ k^2\mathrm{sn}^2 u + \mathrm{dn}^2 u = 1, \\ \mathrm{dn}^2 u - k^2\mathrm{cn}^2 u = k'^2, \\ \mathrm{tn}\,u = \dfrac{\mathrm{sn}\,u}{\mathrm{cn}\,u}. \end{cases}$$

$$(33) \quad \begin{cases} \mathrm{am}(-u) = -\mathrm{am}\,u, \\ \mathrm{sn}(-u) = -\mathrm{sn}\,u, \\ \mathrm{cn}(-u) = \mathrm{cn}\,u, \\ \mathrm{dn}(-u) = \mathrm{dn}\,u, \\ \mathrm{tn}(-u) = -\mathrm{tn}\,u. \end{cases}$$

$$(34) \quad \begin{cases} \mathrm{am}\,0 = 0, & \mathrm{am}\,K = \dfrac{\pi}{2}, \\ \mathrm{sn}\,0 = 0, & \mathrm{sn}\,K = 1, \\ \mathrm{cn}\,0 = 1, & \mathrm{cn}\,K = 0, \\ \mathrm{dn}\,0 = 1, & \mathrm{dn}\,K = k', \\ \mathrm{tn}\,0 = 0, & \mathrm{tn}\,K = \infty. \end{cases}$$

$$(35) \quad \begin{cases} \text{Pour } k = 0, \quad k' = 1, \quad \theta = 0, \\ \qquad K = \dfrac{\pi}{2}, \quad K' = \infty; \\ \qquad u = \mathrm{am}\,u = \varphi, \\ \qquad \mathrm{sn}\,u = \sin u, \\ \qquad \mathrm{cn}\,u = \cos u, \\ \qquad \mathrm{dn}\,u = 1, \\ \qquad \mathrm{tn}\,u = \mathrm{tang}\,u. \end{cases}$$

$$(36)\quad \left\{\begin{array}{l}
\text{Pour}\quad k = 1, \quad k' = 0, \quad \theta = \dfrac{\pi}{2}, \\
K = \infty, \quad K' = \dfrac{\pi}{2}, \\
u = \log \operatorname{tang}\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\varphi}{2}\right), \\
\varphi = \operatorname{am}(u, 1) = \operatorname{Amh} u = 2 \operatorname{arc\,tang} e^u - \dfrac{\pi}{2}, \\
\operatorname{sn} u = \operatorname{Th} u, \\
\operatorname{cn} u = \operatorname{dn} u = \dfrac{1}{\operatorname{Ch} u}, \\
\operatorname{tn} u = \operatorname{Sh} u.
\end{array}\right.$$

§ VIII.

$$(37)\quad \left\{\begin{array}{l}
\operatorname{sn}(u+v) = \dfrac{\operatorname{sn} u \operatorname{cn} v \operatorname{dn} v + \operatorname{sn} v \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 v}, \\
\operatorname{cn}(u+v) = \dfrac{\operatorname{cn} u \operatorname{cn} v - \operatorname{sn} u \operatorname{dn} u \operatorname{sn} v \operatorname{dn} v}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 v}, \\
\operatorname{dn}(u+v) = \dfrac{\operatorname{dn} u \operatorname{dn} v - k^2 \operatorname{sn} u \operatorname{cn} u \operatorname{sn} v \operatorname{cn} v}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 v}, \\
\operatorname{tn}(u+v) = \dfrac{\operatorname{tn} u \operatorname{dn} v + \operatorname{tn} v \operatorname{dn} u}{1 - \operatorname{tn} u \operatorname{dn} v . \operatorname{tn} v \operatorname{dn} u}, \\
\operatorname{am}(u+v) = \operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tn} u \operatorname{dn} v) + \operatorname{arc\,tang}(\operatorname{tn} v \operatorname{dn} u).
\end{array}\right.$$

$$(38)\quad \left\{\begin{array}{ll}
\text{Pour}\quad u = a + 2mK + 2niK', & \\
\operatorname{am} u = (m \pm n)\pi + (-1)^m \operatorname{am} a, & \\
\operatorname{sn} u = (-1)^m \operatorname{sn} a, & \operatorname{dn} u = (-1)^n \operatorname{dn} a, \\
\operatorname{cn} u = (-1)^{m+n} \operatorname{cn} a, & \operatorname{tn} u = (-1)^n \operatorname{tn} a.
\end{array}\right.$$

Pour

$$(39)\quad \left\{\begin{array}{llll}
u = 2mK + 2niK', & (2m+1)K + 2niK', & 2mK + (2n+1)iK', & (2m+1)K + (2n+1)iK', \\
\operatorname{sn} u = 0, & (-1)^m, & \infty, & \dfrac{(-1)^m}{k}, \\
\operatorname{cn} u = (-1)^{m+n}, & 0, & \infty, & \dfrac{(-1)^{m+n} k'}{ik}, \\
\operatorname{dn} u = (-1)^n, & (-1)^n k', & \infty, & 0, \\
\operatorname{tn} u = 0, & \infty, & (-1)^n i, & \dfrac{(-1)^n i}{k}.
\end{array}\right.$$

§ IX.

Désignons par l'indice inférieur 1 les fonctions elliptiques relatives à l'argument $K - u$, *complément* de u.

$$(40)\quad \left\{\begin{array}{l}
\operatorname{am}_1 u = \operatorname{coam} u = \operatorname{am}(K - u), \\
\operatorname{sn}_1 u = \sin \operatorname{coam} u = \operatorname{sn}(K - u), \\
\operatorname{cn}_1 u = \cos \operatorname{coam} u = \operatorname{cn}(K - u), \\
\operatorname{dn}_1 u = \Delta \operatorname{coam} u = \operatorname{dn}(K - u), \\
\operatorname{tn}_1 u = \operatorname{tang} \operatorname{coam} u = \operatorname{tn}(K - u).
\end{array}\right.$$

$$(41)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}_1 u = \dfrac{\operatorname{cn} u}{\operatorname{dn} u}, \quad \operatorname{cn}_1 u = \dfrac{k' \operatorname{sn} u}{\operatorname{dn} u}, \quad \operatorname{dn}_1 u = \dfrac{k'}{\operatorname{dn} u}, \quad \operatorname{tn}_1 u = \dfrac{1}{k' \operatorname{tn} u}, \\ \operatorname{am}_1 u = \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tang}(k' \operatorname{tn} u). \end{array}\right.$$

$$(42)\quad \frac{\operatorname{sn}_1 u \operatorname{cn}_1 u}{\operatorname{dn}_1 u} = \frac{\operatorname{sn} u \operatorname{cn} u}{\operatorname{dn} u}, \qquad \operatorname{dn}_1 u \operatorname{tn}_1 u = \frac{1}{\operatorname{dn} u \operatorname{tn} u}.$$

$$(43)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}_1(-u) = \operatorname{sn}_1 u, \\ \operatorname{cn}_1(-u) = -\operatorname{cn}_1 u, \\ \operatorname{dn}_1(-u) = \operatorname{dn}_1 u, \\ \operatorname{tn}_1(-u) = -\operatorname{tn}_1 u. \end{array}\right. \qquad (44)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}_1 0 = \operatorname{sn} K = 1, \\ \operatorname{cn}_1 0 = \operatorname{cn} K = 0, \\ \operatorname{dn}_1 0 = \operatorname{dn} K = k', \\ \operatorname{tn}_1 0 = \operatorname{tn} K = \infty. \end{array}\right.$$

$$(45)\quad \left\{\begin{array}{llll} \text{Pour} & u = a + K, & a + iK', & a + K + iK', \\ & \operatorname{sn} u = \operatorname{sn}_1 a, & \dfrac{1}{k \operatorname{sn} a}, & \dfrac{1}{k \operatorname{sn}_1 a}, \\ & \operatorname{cn} u = -\operatorname{cn}_1 a, & -\dfrac{i \operatorname{dn} a}{k \operatorname{sn} a} = -\dfrac{ik'}{k \operatorname{cn}_1 a}, & -\dfrac{i \operatorname{dn}_1 a}{k \operatorname{sn}_1 a} = -\dfrac{ik'}{k \operatorname{cn} a}, \\ & \operatorname{dn} u = \operatorname{dn}_1 a, & -\dfrac{i}{\operatorname{tn} a}, & \dfrac{i}{\operatorname{tn}_1 a} = ik' \operatorname{tn} a, \\ & \operatorname{tn} u = -\operatorname{tn}_1 a, & \dfrac{i}{\operatorname{dn} a}, & \dfrac{i}{\operatorname{dn}_1 a} = \dfrac{i \operatorname{dn} a}{k'}. \end{array}\right.$$

§ X.

Désignons par un accent supérieur les fonctions elliptiques relatives au module complémentaire k', et posons

$$(46)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{am}' u = \operatorname{am}(u, k'), \\ \operatorname{sn}' u = \operatorname{sn}(u, k'), \\ \operatorname{cn}' u = \operatorname{cn}(u, k'), \\ \operatorname{dn}' u = \operatorname{dn}(u, k'), \\ \operatorname{tn}' u = \operatorname{tn}(u, k'). \end{array}\right. \qquad (47)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{am}'_1 u = \operatorname{am}(K' - u, k'), \\ \operatorname{sn}'_1 u = \operatorname{sn}(K' - u, k'), \\ \operatorname{cn}'_1 u = \operatorname{cn}(K' - u, k'), \\ \operatorname{dn}'_1 u = \operatorname{dn}(K' - u, k'), \\ \operatorname{tn}'_1 u = \operatorname{tn}(K' - u, k'). \end{array}\right.$$

On a

$$(48)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}(ui) = i \operatorname{tn}' u, \\ \operatorname{cn}(ui) = \dfrac{1}{\operatorname{cn}' u}, \\ \operatorname{dn}(ui) = \dfrac{\operatorname{dn}' u}{\operatorname{cn}' u} = \dfrac{1}{\operatorname{sn}'_1 u}, \\ \operatorname{tn}(ui) = i \operatorname{sn}' u. \end{array}\right. \qquad (49)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn} u = \dfrac{\operatorname{tn}'(ui)}{i}, \\ \operatorname{cn} u = \dfrac{1}{\operatorname{cn}'(ui)}, \\ \operatorname{dn} u = \dfrac{\operatorname{dn}'(ui)}{\operatorname{cn}'(ui)} = \dfrac{i}{\operatorname{sn}'_1(ui)}, \\ \operatorname{tn} u = \dfrac{\operatorname{sn}'(ui)}{i}. \end{array}\right.$$

$$(50)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}_1(ui) = \dfrac{1}{\operatorname{dn}' u} = \dfrac{\operatorname{dn}'_1 u}{k}, \\ \operatorname{cn}_1(ui) = \dfrac{ik' \operatorname{sn}' u}{\operatorname{dn}' u} = \dfrac{ik'}{k} \operatorname{cn}'_1 u, \\ \operatorname{dn}_1(ui) = \dfrac{k' \operatorname{cn}' u}{\operatorname{dn}' u} = k' \operatorname{sn}'_1 u, \\ \operatorname{tn}_1(ui) = \dfrac{1}{ik' \operatorname{sn}' u} = \dfrac{1}{ik'} \dfrac{\operatorname{dn}'_1 u}{\operatorname{cn}'_1 u}. \end{array}\right. \qquad (51)\quad \left\{\begin{array}{l} \operatorname{sn}_1 u = \dfrac{1}{\operatorname{dn}'(ui)} = \dfrac{\operatorname{dn}'_1(ui)}{k}, \\ \operatorname{cn}_1 u = \dfrac{k'}{ik} \operatorname{cn}'_1(ui), \\ \operatorname{dn}_1 u = k' \operatorname{sn}'_1(ui), \\ \operatorname{tn}_1 u = \dfrac{i}{k' \operatorname{sn}'(ui)}. \end{array}\right.$$

§ XI.

Expression des fonctions elliptiques au moyen des fonctions ϑ.

Posons

(52) $$\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2K}u, \quad \rho = \dfrac{\pi}{2K}K', \quad q = e^{-2\rho} = e^{-\frac{\pi K'}{K}}, \\ x' = \dfrac{\pi}{2K'}u, \quad \rho' = \dfrac{\pi}{2K'}K, \quad q' = e^{-2\rho'} = e^{-\frac{\pi K}{K'}}. \end{cases}$$

On aura

(53) $$\vartheta 0 = \sqrt{\frac{2k'K}{\pi}}, \quad \vartheta_2 0 = \sqrt{\frac{2kK}{\pi}}, \quad \vartheta_3 0 = \sqrt{\frac{2K}{\pi}}.$$

(54) $$k = \left(\frac{\vartheta_2 0}{\vartheta_3 0}\right)^2, \quad k' = \left(\frac{\vartheta 0}{\vartheta_3 0}\right)^2.$$

(55) $$K = \frac{\pi}{2}(\vartheta_3 0)^2, \quad K' = \frac{\pi}{2}[\vartheta_3(0, q')]^2.$$

(56) $$\begin{cases} \operatorname{sn} u = \dfrac{1}{\sqrt{k}} \cdot \dfrac{\vartheta_1 x}{\vartheta x}, \\ \operatorname{cn} u = \sqrt{\dfrac{k'}{k}} \cdot \dfrac{\vartheta_2 x}{\vartheta x}, \\ \operatorname{dn} u = \sqrt{k'} \cdot \dfrac{\vartheta_3 x}{\vartheta x}, \\ \operatorname{tn} u = \dfrac{1}{\sqrt{k'}} \cdot \dfrac{\vartheta_1 x}{\vartheta_2 x}. \end{cases}$$

(57) (*) $$\begin{cases} \operatorname{sn}_1 u = \dfrac{1}{\sqrt{k}} \cdot \dfrac{\vartheta_2 x}{\vartheta_3 x}, \\ \operatorname{cn}_1 u = \sqrt{\dfrac{k'}{k}} \cdot \dfrac{\vartheta_1 x}{\vartheta_3 x}, \\ \operatorname{dn}_1 u = \sqrt{k'} \cdot \dfrac{\vartheta x}{\vartheta_3 x}, \\ \operatorname{tn}_1 u = \dfrac{1}{\sqrt{k'}} \cdot \dfrac{\vartheta_2 x}{\vartheta_1 x}. \end{cases}$$

§ XII.

(58) $$\begin{cases} \operatorname{am} u = x + \dfrac{\sin 2x}{\operatorname{Ch} 2\rho} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\sin 4x}{\operatorname{Ch} 4\rho} + \dfrac{1}{3}\dfrac{\sin 6x}{\operatorname{Ch} 6\rho} + \ldots, \\ \dfrac{2kK}{\pi} \operatorname{sn} u = 2\left(\dfrac{\sin x}{\operatorname{Sh}\rho} + \dfrac{\sin 3x}{\operatorname{Sh} 3\rho} + \dfrac{\sin 5x}{\operatorname{Sh} 5\rho} + \ldots\right), \\ \dfrac{2kK}{\pi} \operatorname{cn} u = 2\left(\dfrac{\cos x}{\operatorname{Ch}\rho} + \dfrac{\cos 3x}{\operatorname{Ch} 3\rho} + \dfrac{\cos 5x}{\operatorname{Ch} 5\rho} + \ldots\right), \\ \dfrac{2K}{\pi} \operatorname{dn} u = 1 + 2\left(\dfrac{\cos 2x}{\operatorname{Ch} 2\rho} + \dfrac{\cos 4x}{\operatorname{Ch} 4\rho} + \dfrac{\cos 6x}{\operatorname{Ch} 6\rho} + \ldots\right), \\ \dfrac{2k'K}{\pi} \operatorname{tn} u = \operatorname{tang} x - 2q\dfrac{\sin 2x}{\operatorname{Ch} 2\rho} + 2q^2\dfrac{\sin 4x}{\operatorname{Ch} 4\rho} - 2q^3\dfrac{\sin 6x}{\operatorname{Ch} 6\rho} + - \ldots, \\ \dfrac{2kK}{\pi} \operatorname{sn}_1 u = 2\left(\dfrac{\cos x}{\operatorname{Sh}\rho} - \dfrac{\cos 3x}{\operatorname{Sh} 3\rho} + \dfrac{\cos 5x}{\operatorname{Sh} 5\rho} - + \ldots\right), \\ \dfrac{2kK}{\pi} \operatorname{cn}_1 u = 2\left(\dfrac{\sin x}{\operatorname{Ch}\rho} - \dfrac{\sin 3x}{\operatorname{Ch} 3\rho} + \dfrac{\sin 5x}{\operatorname{Ch} 5\rho} - + \ldots\right), \end{cases}$$

(*) u se changeant en $K - u$, x se change en $\frac{\pi}{2} - x$.

(58) suite

$$\frac{2K}{\pi}\,\mathrm{dn}_1 u = \frac{2k'K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{dn}\,u} = 1 - 2\frac{\cos 2x}{\mathrm{Ch}\,2\rho} + 2\frac{\cos 4x}{\mathrm{Ch}\,4\rho} - 2\frac{\cos 6x}{\mathrm{Ch}\,6\rho} + - \ldots,$$

$$\frac{2k'K}{\pi}\,\mathrm{tn}_1 u = \frac{2K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{tn}\,u} = \cot x - 2q\frac{\sin 2x}{\mathrm{Ch}\,2\rho} - 2q^2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Ch}\,4\rho} - 2q^3\frac{\sin 6x}{\mathrm{Ch}\,6\rho} - \ldots,$$

$$\frac{2K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{sn}\,u} = \frac{1}{\sin x} + 2q^{\frac12}\frac{\sin x}{\mathrm{Sh}\,\rho} + 2q^{\frac32}\frac{\sin 3x}{\mathrm{Sh}\,3\rho} + 2q^{\frac52}\frac{\sin 5x}{\mathrm{Sh}\,5\rho} + \ldots,$$

$$\frac{2k'K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{cn}\,u} = \frac{1}{\cos x} - 2q^{\frac12}\frac{\cos x}{\mathrm{Ch}\,\rho} + 2q^{\frac32}\frac{\cos 3x}{\mathrm{Ch}\,3\rho} - 2q^{\frac52}\frac{\cos 5x}{\mathrm{Ch}\,5x} + - \ldots,$$

$$\frac{2K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{sn}_1 u} = \frac{1}{\cos x} + 2q^{\frac12}\frac{\cos x}{\mathrm{Sh}\,\rho} - 2q^{\frac32}\frac{\cos 3x}{\mathrm{Sh}\,3\rho} + 2q^{\frac52}\frac{\cos 5x}{\mathrm{Sh}\,5\rho} - + \ldots,$$

$$\frac{2k'K}{\pi}\frac{1}{\mathrm{cn}_1 u} = \frac{1}{\sin x} - 2q^{\frac12}\frac{\sin x}{\mathrm{Ch}\,\rho} - 2q^{\frac32}\frac{\sin 3x}{\mathrm{Ch}\,3\rho} - 2q^{\frac52}\frac{\sin 5x}{\mathrm{Ch}\,5\rho} - \ldots.$$

$$\mathrm{am}\,u = \frac{\pi}{2} - 2\,\mathrm{arc\,tang}\,e^{-x'} + 2q'^{\frac12}\frac{\mathrm{Sh}\,x'}{\mathrm{Sh}\,\rho'} - \frac{2q'^{\frac32}}{3}\frac{\mathrm{Sh}\,3x'}{\mathrm{Sh}\,3\rho'} + \frac{2q'^{\frac52}}{5}\frac{\mathrm{Sh}\,5x'}{\mathrm{Sh}\,5\rho'} - + \ldots,$$

$$\frac{2kK'}{\pi}\,\mathrm{sn}\,u = \mathrm{Th}\,x' - 2q'\frac{\mathrm{Sh}\,2x'}{\mathrm{Sh}\,2\rho'} + 2q'^2\frac{\mathrm{Sh}\,4x'}{\mathrm{Sh}\,4\rho'} - 2q'^3\frac{\mathrm{Sh}\,6x'}{\mathrm{Sh}\,6\rho'} + - \ldots,$$

$$\frac{2kK'}{\pi}\,\mathrm{cn}\,u = \frac{1}{\mathrm{Ch}\,x'} - 2q'^{\frac12}\frac{\mathrm{Ch}\,x'}{\mathrm{Ch}\,\rho'} + 2q'^{\frac32}\frac{\mathrm{Ch}\,3x'}{\mathrm{Ch}\,3\rho'} - 2q'^{\frac52}\frac{\mathrm{Ch}\,5x'}{\mathrm{Ch}\,5\rho'} + - \ldots,$$

$$\frac{2K'}{\pi}\,\mathrm{dn}\,u = \frac{1}{\mathrm{Ch}\,x'} + 2q'^{\frac12}\frac{\mathrm{Ch}\,x'}{\mathrm{Sh}\,\rho'} - 2q'^{\frac32}\frac{\mathrm{Ch}\,3x'}{\mathrm{Sh}\,3\rho'} + 2q'^{\frac52}\frac{\mathrm{Ch}\,5x'}{\mathrm{Sh}\,5\rho'} - + \ldots,$$

$$\frac{2k'K'}{\pi}\,\mathrm{tn}\,u = 2\left(\frac{\mathrm{Sh}\,x'}{\mathrm{Sh}\,\rho'} + \frac{\mathrm{Sh}\,3x'}{\mathrm{Sh}\,3\rho'} + \frac{\mathrm{Sh}\,5x'}{\mathrm{Sh}\,5\rho'} + \ldots\right),$$

$$\frac{2kK'}{\pi}\,\mathrm{sn}_1 u = 1 - 2\frac{\mathrm{Ch}\,2x'}{\mathrm{Ch}\,2\rho'} + 2\frac{\mathrm{Ch}\,4x'}{\mathrm{Ch}\,4\rho'} - 2\frac{\mathrm{Ch}\,6x'}{\mathrm{Ch}\,6\rho'} + - \ldots,$$

(59) $$\frac{2kK'}{\pi}\,\mathrm{cn}_1 u = 2\left(\frac{\mathrm{Sh}\,x'}{\mathrm{Ch}\,\rho'} - \frac{\mathrm{Sh}\,3x'}{\mathrm{Ch}\,3\rho'} + \frac{\mathrm{Sh}\,5x'}{\mathrm{Ch}\,5\rho'} - + \ldots\right),$$

$$\frac{2K'}{\pi}\,\mathrm{dn}_1 u = \frac{2k'K'}{\pi}\frac{1}{\mathrm{dn}\,u} = 2\left(\frac{\mathrm{Ch}\,x'}{\mathrm{Sh}\,\rho'} - \frac{\mathrm{Ch}\,3x'}{\mathrm{Sh}\,3\rho'} + \frac{\mathrm{Ch}\,5x'}{\mathrm{Sh}\,5\rho'} - + \ldots\right),$$

$$\frac{2k'K'}{\pi}\,\mathrm{tn}_1 u = \frac{1}{\mathrm{Sh}\,x'} - 2q'^{\frac12}\frac{\mathrm{Sh}\,x'}{\mathrm{Sh}\,\rho'} - 2q'^{\frac32}\frac{\mathrm{Sh}\,3x'}{\mathrm{Sh}\,3\rho'} - 2q'^{\frac52}\frac{\mathrm{Sh}\,5x'}{\mathrm{Sh}\,5\rho'} - \ldots,$$

$$\frac{2K'}{\pi}\frac{1}{\mathrm{sn}\,u} = \frac{1}{\mathrm{Th}\,x'} + 2q'\frac{\mathrm{Sh}\,2x'}{\mathrm{Ch}\,2\rho'} + 2q'^2\frac{\mathrm{Sh}\,4x'}{\mathrm{Ch}\,4\rho'} + 2q'^3\frac{\mathrm{Sh}\,6x'}{\mathrm{Ch}\,6\rho'} + \ldots,$$

$$\frac{2k'K'}{\pi}\frac{1}{\mathrm{cn}\,u} = 2\left(\frac{\mathrm{Ch}\,x'}{\mathrm{Ch}\,\rho'} + \frac{\mathrm{Ch}\,3x'}{\mathrm{Ch}\,3\rho'} + \frac{\mathrm{Ch}\,5x'}{\mathrm{Ch}\,5\rho'} + \ldots\right),$$

$$\frac{2K'}{\pi}\frac{1}{\mathrm{sn}_1 u} = 1 + 2\left(\frac{\mathrm{Ch}\,2x'}{\mathrm{Ch}\,2\rho'} + \frac{\mathrm{Ch}\,4x'}{\mathrm{Ch}\,4\rho'} + \frac{\mathrm{Ch}\,6x'}{\mathrm{Ch}\,6\rho'} + \ldots\right),$$

$$\frac{2k'K'}{\pi}\frac{1}{\mathrm{cn}_1 u} = \frac{1}{\mathrm{Sh}\,x'} + 2q'^{\frac12}\frac{\mathrm{Sh}\,x'}{\mathrm{Ch}\,\rho'} + 2q'^{\frac32}\frac{\mathrm{Sh}\,3x'}{\mathrm{Ch}\,3\rho'} + 2q'^{\frac52}\frac{\mathrm{Sh}\,5x'}{\mathrm{Ch}\,5\rho'} + \ldots$$

(60) $$\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}(\mathrm{am}\,u - x) = \frac{2q^2\,\mathrm{Sh}\,2\rho\sin 2x - 2q^8\,\mathrm{Sh}\,4\rho\sin 4x + 2q^{18}\,\mathrm{Sh}\,6\rho\sin 6x - + \ldots}{1 - 2q^2\,\mathrm{Ch}\,2\rho\cos 2x + 2q^8\,\mathrm{Ch}\,4\rho\cos 4x - 2q^{18}\,\mathrm{Ch}\,6\rho\cos 6x + - \ldots}$$

§ XIII.

Calcul numérique des intégrales elliptiques de première espèce.

(61) $$\Delta\varphi = \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi} = k'\sqrt{1 + \frac{k^2}{k'^2}\cos^2\varphi} = \cos\varphi\sqrt{1 + k'^2\,\mathrm{tang}^2\varphi}.$$

1° k voisin de zéro.

(62)

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\,\frac{1-\sqrt{k'}}{1+\sqrt{k'}}, \qquad \frac{\Delta\varphi}{\sqrt{k'}} = \frac{1+\xi}{1-\xi}, \qquad \xi = \frac{\Delta\varphi - \sqrt{k'}}{\Delta\varphi + \sqrt{k'}},$$

$$q = \varepsilon + 2\varepsilon^5 + 15\varepsilon^9 + 150\varepsilon^{13} + \ldots = \frac{k^2}{16} + \frac{k^4}{32} + \frac{21\,k^6}{1024} + \ldots,$$

$$\frac{2\,\mathrm{K}}{\pi} = (\vartheta_3\,0)^2 = (1+2\varepsilon)^2(1+4\varepsilon^4+36\varepsilon^8+\ldots),$$

$$\rho = \frac{1}{2}\log\mathrm{nat}\,\frac{1}{q}, \qquad \mathrm{K}' = \frac{2\,\mathrm{K}}{\pi}\rho = \rho(1+2\varepsilon)^2(1+4\varepsilon^4+\ldots) = \rho(1+4q+\ldots),$$

$$\cos 2x = \frac{\xi}{2\varepsilon}[1 - 4\varepsilon^4(1+5\varepsilon^4)\sin^2 2x].$$

En résolvant cette équation (par approximations successives, lorsque ε^4 n'est pas négligeable), on a

$$\mathrm{F}(\varphi) = \frac{\mathrm{K}}{\pi}\cdot 2x.$$

2° k voisin de l'unité.

(63)

$$\varepsilon' = \frac{1}{2}\,\frac{1-\sqrt{k}}{1+\sqrt{k}}, \quad \frac{\Delta\varphi}{\sqrt{k}.\cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{k}}\sqrt{1+k'^2\,\mathrm{tang}^2\varphi} = \frac{1+\xi'}{1-\xi'}, \quad \xi' = \frac{\Delta\varphi - \sqrt{k}.\cos\varphi}{\Delta\varphi + \sqrt{k}.\cos\varphi}.$$

$$q' = \varepsilon' + 2\varepsilon'^5 + 15\varepsilon'^9 + \ldots = \frac{k'^2}{16} + \frac{k'^4}{32} + \frac{21k'^6}{1024} + \ldots,$$

$$\frac{2\mathrm{K}'}{\pi} = [\vartheta_3(0, q')]^2 = (1+2\varepsilon')^2(1+4\varepsilon'^4+\ldots),$$

$$\rho' = \frac{1}{2}\log\mathrm{nat}\,\frac{1}{q'}, \qquad \mathrm{K} = \frac{2\,\mathrm{K}'}{\pi}\rho' = \rho'(1+2\varepsilon')^2(1+4\varepsilon'^4+\ldots) = \rho'(1+4q'+\ldots).$$

$$\mathrm{Ch}\,2x' = \frac{\xi'}{2\varepsilon'}[1 + 4\varepsilon'^4(1+5\varepsilon'^4)\,\mathrm{Sh}^2 2x'].$$

En résolvant cette équation (par approximations successives, lorsque ε'^4 n'est pas négligeable), on a

$$\mathrm{F}(\varphi) = \frac{\mathrm{K}'}{\pi}\cdot 2x'.$$

§ XIV.

Intégrales elliptiques de seconde espèce.

(64)

$$\begin{cases} \mathrm{el}\,u = \mathrm{E}(\varphi) = \displaystyle\int_0^u \mathrm{dn}^2 u.du = \int_0^\varphi \Delta\varphi.d\varphi \ (^*), \\ \mathrm{E} = \mathrm{el}\,\mathrm{K} = \mathrm{E}\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \displaystyle\int_0^{\mathrm{K}} \mathrm{dn}^2 u.du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta\varphi.d\varphi \ (^{**}). \end{cases}$$

Si le module est représenté par un autre signe que la lettre k, on le met en

(*) $= \mathrm{E}(u)$ (Jacobi).

(**) $= \mathrm{E}^1(k) = \mathrm{E}^1$ (Legendre).

évidence,

$$(65)\quad \begin{cases} \operatorname{el}(u, \lambda) = \mathrm{E}(\varphi, \lambda) = \int_0^{\varphi} \Delta(\varphi, \lambda).d\varphi, \\ \mathrm{E}(\lambda) = \mathrm{E}\left(\frac{\pi}{2}, \lambda\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta(\varphi, \lambda).d\varphi. \end{cases}$$

Pour le module complémentaire k',

$$(66)\quad \mathrm{E}' = \operatorname{el}(\mathrm{K}', k') = \mathrm{E}\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^{\mathrm{K}'} \operatorname{dn}'^2 u.du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta(\varphi, k')\, d\varphi.$$

$$(67)\quad \operatorname{el}(-u) = -\operatorname{el}u, \qquad \operatorname{el}(0) = 0.$$

$$(68)\quad \begin{cases} \text{Pour } k = 0, & \operatorname{el}u = u. \\ \text{Pour } k = 1, & \operatorname{el}u = \sin u. \end{cases}$$

$$(69)\quad \begin{cases} \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} = 2\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\operatorname{Ch}^2 2\rho} + \frac{1}{\operatorname{Ch}^2 4\rho} + \frac{1}{\operatorname{Ch}^2 6\rho} + \ldots\right) \\ \quad = \frac{1 + k'^2}{2} - 4\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 \left(\frac{1}{\operatorname{Sh}^2 2\rho} + \frac{1}{\operatorname{Sh}^2 6\rho} + \frac{1}{\operatorname{Sh}^2 10\rho} + \ldots\right). \end{cases}$$

$$(70)\quad \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} + \frac{\mathrm{E}'}{\mathrm{K}'} = 1 + \frac{\pi}{2\mathrm{KK}'}.$$

$$(71)\quad \operatorname{el}u = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} u + \frac{\pi}{2\mathrm{K}} \cdot \mathrm{D}_x \log \vartheta x \ (*).$$

$$(72)\quad \operatorname{el}(u + v) = \operatorname{el}u + \operatorname{el}v - k^2 \operatorname{sn}u \operatorname{sn}v \operatorname{sn}(u + v).$$

$$(73)\quad \operatorname{el}_1 u = \operatorname{el}(\mathrm{K} - u) = \mathrm{E} - \operatorname{el}u + k^2 \operatorname{sn}u \operatorname{sn}_1 u.$$

$$(74)\quad \operatorname{el}(u + 2m\mathrm{K} + 2ni\mathrm{K}') = \operatorname{el}u + 2m\mathrm{E} + 2ni(\mathrm{K}' - \mathrm{E}').$$

$$(75)\quad \frac{1}{i}\operatorname{el}(ui) + \operatorname{el}(u, k') = u + \frac{\operatorname{tn}' u}{\operatorname{dn}' u}.$$

$$(76)\quad \begin{cases} k^2 \int_0^u \operatorname{sn}^2 u.du = k^2 \int_0^{\varphi} \frac{\sin^2\varphi}{\Delta\varphi}\, d\varphi = u - \operatorname{el}u, \\ k^2 \int_0^u \operatorname{cn}^2 u.du = k^2 \int_0^{\varphi} \frac{\cos^2\varphi}{\Delta\varphi}\, d\varphi = \operatorname{el}u - k'^2 u. \end{cases}$$

(*) $\frac{\pi}{2\mathrm{K}} \mathrm{D}_x \log \vartheta x = \mathrm{D}_u \log \Theta(u) = \mathrm{Z}(u)$ (Jacobi).

§ XV.

Développements en séries des intégrales de première et de seconde espèce.

Soient, pour p entier, $p! = 1.2.3\ldots p$,

$$[n]_p = \frac{n(n+1)\ldots(n+p-1)}{1.2\ldots p}, \qquad (n)_p = \frac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{1.2\ldots p},$$

(77) d'où

$$\left[\frac{1}{2}\right]_p = \frac{1.3.5\ldots(2p-1)}{2.4.6\ldots 2p}, \qquad \left(\frac{1}{2}\right)_p = \frac{(-1)^{p-1}}{2p-1}\left[\frac{1}{2}\right]_p,$$

$$\frac{(n+p)_p}{(n+2p)_p} = \frac{[(n+p)!]^2}{n!\,(n+2p)!} = \frac{(n+1)(n+2)\ldots(n+p)}{(n+p+1)(n+p+2)\ldots(n+2p)},$$

(78) $$k = \sin\theta, \qquad \varkappa = \frac{1-k'}{1+k'} = \operatorname{tang}^2\frac{\theta}{2}.$$

On a

(79)
$$\left\{\begin{aligned}
\frac{2K}{\pi} &= 1 + \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 k^2 + \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 k^4 + \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 k^6 + \ldots \\
&= \frac{2}{1+k'}\left\{1 + \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 \varkappa^2 + \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 \varkappa^4 + \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 \varkappa^6 + \ldots\right\}. \\
\frac{2E}{\pi} &= 1 - \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 \frac{k^2}{1} - \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 \frac{k^4}{3} - \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 \frac{k^6}{5} - \ldots \\
&= \frac{1+k'}{2}\left\{1 + \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 \frac{\varkappa^2}{1^2} + \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 \frac{\varkappa^4}{3^2} + \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 \frac{\varkappa^6}{5^2} + \ldots\right\}.
\end{aligned}\right.$$

(80)
$$\left\{\begin{aligned}
F(\varphi) &= \frac{2K}{\pi}\varphi + A_1\sin 2\varphi + A_2\sin 4\varphi + A_3\sin 6\varphi + \ldots, \\
E(\varphi) &= \frac{2E}{\pi}\varphi + B_1\sin 2\varphi + B_2\sin 4\varphi + B_3\sin 6\varphi + \ldots, \\
A_p &= \frac{(-1)^p}{p}\cdot\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(n+p)_p}{(n+2p)_p}\left[\frac{1}{2}\right]_{n+p}^2 k^{2n+2p} \\
&= \frac{(-1)^p}{p}\cdot\frac{2}{1+k'}\cdot\sum_{n=0}^{n=\infty}\left[\frac{1}{2}\right]_n\left[\frac{1}{2}\right]_{n+p}\varkappa^{2n+p}, \\
B_p &= \frac{(-1)^{p-1}}{p}\cdot\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(n+p)_p}{(n+2p)_p}\left[\frac{1}{2}\right]_{n+p}^2\frac{k^{2n+2p}}{2n+2p-1} \\
&= \frac{1}{p}\cdot\frac{1+k'}{2}\cdot\sum_{n=0}^{n=\infty}\left(\frac{1}{2}\right)_n\left(\frac{1}{2}\right)_{n+p}\varkappa^{2n+p}.
\end{aligned}\right.$$

§ XVI.

$$
(81)\quad \left\{\begin{aligned}
&a_0 = \frac{2\,\mathrm{K}}{\pi} - 1, \quad a_1 = a_0 - \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 k^2, \quad a_2 = a_1 - \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 k^4,\\
&\qquad a_3 = a_2 - \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 k^6, \ldots,\\
&b_0 = 1 - \frac{2\,\mathrm{E}}{\pi}, \quad b_1 = b_0 - \left[\frac{1}{2}\right]_1^2 \frac{k^2}{1}, \quad b_2 = b_1 - \left[\frac{1}{2}\right]_2^2 \frac{k^4}{3},\\
&\qquad b_3 = b_2 - \left[\frac{1}{2}\right]_3^2 \frac{k^6}{5}, \ldots .
\end{aligned}\right.
$$

1° k voisin de zéro. — On calcule K et E par les formules (79).

$$
(82)\quad \left\{\begin{aligned}
&\mathrm{K}' = \frac{2\,\mathrm{K}}{\pi}\log\left(\frac{4}{k}\right) - 2\left(\frac{a_0}{1.2} + \frac{a_1}{3.4} + \frac{a_2}{5.6} + \ldots\right),\\
&\mathrm{E}' = \frac{2(\mathrm{K}-\mathrm{E})}{\pi}\log\left(\frac{4}{k}\right) + 1 - 2\left(\frac{b_0}{1.2} + \frac{b_1}{3.4} + \frac{b_2}{5.6} + \ldots\right).
\end{aligned}\right.
$$

Pour φ voisin de zéro,

$$
(83)\quad \left\{\begin{aligned}
&\mathrm{F}(\varphi) = \frac{2\,\mathrm{K}}{\pi}\varphi - \sin\varphi\cos\varphi\left(a_0 + \frac{2}{3}a_1\sin^2\varphi + \frac{2.4}{3.5}a_2\sin^4\varphi + \ldots\right),\\
&\mathrm{E}(\varphi) = \frac{2\,\mathrm{E}}{\pi}\varphi + \sin\varphi\cos\varphi\left(b_0 + \frac{2}{3}b_1\sin^2\varphi + \frac{2.4}{3.5}b_2\sin^4\varphi + \ldots\right).
\end{aligned}\right.
$$

Pour φ voisin de $\frac{\pi}{2}$, on calculera $\mathrm{K} - u$ au lieu de u, en remplaçant

$$
\sin\varphi = \operatorname{sn} u, \qquad \cos\varphi = \operatorname{cn} u, \qquad \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tn} u
$$

par

$$
\sin\varphi_1 = \operatorname{sn}_1 u = \frac{\cos\varphi}{\Delta\varphi}, \quad \cos\varphi_1 = \operatorname{cn}_1 u = \frac{k'\sin\varphi}{\Delta\varphi}, \quad \operatorname{tang}\varphi_1 = \operatorname{tn}_1 u = \frac{\cot\varphi}{k'}.
$$

Ensuite on calculera el$(\mathrm{K} - u) = \mathrm{E}(\varphi_1)$, et l'on en tirera

$$
(84)\qquad \mathrm{E}(\varphi) = \mathrm{E} - \mathrm{E}(\varphi_1) + k^2\sin\varphi\sin\varphi_1.
$$

2° k voisin de l'unité. — En changeant k en k', a en a', b en b', les formules (79), (81) et (82) donneront K', E', K, E; puis on aura, pour φ voisin de o,

$$
(85)\quad \left\{\begin{aligned}
\mathrm{F}(\varphi) &= \frac{2\,\mathrm{K}'}{\pi}\log\operatorname{tang}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\\
&\quad - \frac{\operatorname{tang}\varphi}{\cos\varphi}\left(a'_0 - \frac{2}{3}a'_1\operatorname{tang}^2\varphi + \frac{2.4}{3.5}a'_2\operatorname{tang}^4\varphi - + \ldots\right)\\
\mathrm{E}(\varphi) &= \frac{2\,\mathrm{E}'}{\pi}\log\operatorname{tang}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\\
&\quad + \frac{\operatorname{tang}\varphi}{\cos\varphi}\left(b'_0 - \frac{2}{3}b'_1\operatorname{tang}^2\varphi + \frac{2.4}{3.5}b'_2\operatorname{tang}^4\varphi - + \ldots\right)
\end{aligned}\right.
$$

Pour φ voisin de $\frac{\pi}{2}$, on agira comme dans le cas précédent.

§ XVII.

Calcul des intégrales elliptiques au moyen de la transformation modulaire de Landen.

On calcule la suite des *nombres modulaires*

$$(86)\quad \begin{cases} m = 1, & m_1 = \dfrac{m+n}{2}, \quad m_2 = \dfrac{m_1+n_1}{2}, \quad m_3 = \dfrac{m_2+n_2}{2}, \ldots, \\ n = k', & n_1 = \sqrt{mn}, \quad n_2 = \sqrt{m_1 n_1}, \quad n_3 = \sqrt{m_2 n_2}, \ldots, \end{cases}$$

jusqu'à ce que l'on ait sensiblement

$$m_p = n_p,$$

et soit

$$(87)\quad \eta = \lim m_p = \lim n_p.$$

On aura d'abord

$$(88)\quad \begin{cases} K = \dfrac{\pi}{2\eta}, \\ q = \dfrac{k^2}{16k'}\left(\dfrac{n_1}{m_1}\right)^{\frac{2}{2}}\left(\dfrac{n_2}{m_2}\right)^{\frac{2}{4}}\left(\dfrac{n_3}{m_3}\right)^{\frac{2}{8}}, \ldots, \\ K' = \dfrac{1}{2\eta \log \operatorname{nat} q} = \dfrac{M}{2\eta \log \operatorname{déc} q}. \end{cases} \quad (M = \text{mod. des log décimaux}).$$

Soit maintenant

$$(89)\quad \begin{cases} \lambda = \dfrac{k}{4}, \quad \lambda_1 = \dfrac{\lambda^2}{m_1}, \quad \lambda_2 = \dfrac{\lambda_1^2}{m_2}, \quad \lambda_3 = \dfrac{\lambda_2^2}{m_3}, \ldots, \\ \Lambda = -\dfrac{1}{\eta}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos 2\varphi \, d\varphi}{\Delta\varphi} = \dfrac{1}{\lambda^2}(2\lambda_1^2 + 4\lambda_2^2 + 8\lambda_3^2 + \ldots). \end{cases}$$

On a

$$(90)\quad \frac{E}{K} = \frac{1+k'^2}{2} - \frac{k^2}{2}\Lambda.$$

§ XVIII.

Pour calculer l'intégrale de première espèce $F(\varphi) = u$, correspondante à une amplitude quelconque φ, soit

$$(91)\quad \begin{cases} \nabla = \sqrt{m^2\cos^2\varphi + n^2\sin^2\varphi}, \\ \nabla_1 = \sqrt{m_1^2\cos^2\varphi_1 + n_1^2\sin^2\varphi_1}, \\ \nabla_2 = \sqrt{m_2^2\cos^2\varphi_2 + n_2^2\sin^2\varphi_2}, \\ \text{etc.}, \end{cases}$$

m, n, m_1, n_1, ... étant les nombres modulaires du numéro précédent.

Posons, pour abréger,

$$(92)\quad \frac{\nabla_p}{m_p} = \mu_p, \quad \frac{n_p}{\nabla_p} = \nu_p,$$

et calculons, à l'aide des logarithmes d'addition, la suite des nombres

$$(93)\quad \begin{cases} \mu_1 = \sqrt{\dfrac{m\mu}{m_1}}\sqrt{\dfrac{1+\nu}{1+\mu}}, & \nu_1 = \sqrt{\dfrac{m\nu}{m_1}}\sqrt{\dfrac{1+\mu}{1+\nu}}, \\ \mu_2 = \sqrt{\dfrac{m_1\mu_1}{m_2}}\sqrt{\dfrac{1+\nu_1}{1+\mu_1}}, & \nu_2 = \sqrt{\dfrac{m_1\nu_1}{m_2}}\sqrt{\dfrac{1+\mu_1}{1+\nu_1}}, \\ \text{etc.}, & \text{etc.}; \end{cases}$$

à la limite on aura

$$(94)\quad \begin{cases} \lim \nabla_p = \lim m_p = \lim n_p = \eta, \\ \lim \mu_p = \lim \nu_p = 1. \end{cases}$$

Il viendra alors, en posant toujours $\frac{\pi}{2K}u = \eta u = x$,

$$(95)\quad \operatorname{tang} x = \operatorname{tang} \eta u = \eta . \mu_1 \mu_2 \mu_3 \ldots \operatorname{tang} \varphi.$$

Connaissant x, on aura

$$(96)\quad u = \frac{x}{\eta} = K \cdot \frac{2x}{\pi} = K \times \text{la valeur de } x \text{ en parties du quadrant.}$$

Les amplitudes successives φ, φ_1, φ_2, ... sont liées par les équations

$$(97)\quad \begin{cases} \sin\varphi_1 = 2\dfrac{m_1}{m}\dfrac{\sin\varphi}{1+\mu}, & \cos\varphi_1 = \dfrac{2\cos\varphi}{(1+\mu)\mu_1}, & \operatorname{tang}\varphi_1 = \dfrac{m_1\mu_1}{m}\operatorname{tang}\varphi, \\ \sin\varphi_2 = 2\dfrac{m_2}{m_1}\dfrac{\sin\varphi_1}{1+\mu_1}, & \cos\varphi_2 = \dfrac{2\cos\varphi_1}{(1+\mu_1)\mu_2}, & \operatorname{tang}\varphi_2 = \dfrac{m_2\mu_2}{m_1}\operatorname{tang}\varphi_1, \\ \text{etc.}, & \text{etc.}, & \text{etc.}; \end{cases}$$

d'où il résulte

$$(98)\quad \frac{d\varphi}{\nabla} = \frac{d\varphi_1}{\nabla_1} = \frac{d\varphi_2}{\nabla_2} = \ldots.$$

On trouve ensuite

$$(99)\quad \begin{cases} E(\varphi) - \dfrac{E}{K}\cdot F(\varphi) = Z(u) \\ \quad = 8\left(\dfrac{\lambda^2}{m_1}\cos\varphi\sin\varphi_1 + \dfrac{2\lambda_1^2}{m_2}\cos\varphi_1\sin\varphi_2 + \dfrac{4\lambda_2^2}{m_3}\cos\varphi_2\sin\varphi_3 + \ldots\right), \\ \dfrac{\mathfrak{S}x}{\mathfrak{S}0} = \dfrac{\Theta(u)}{\Theta(0)} = \dfrac{2}{1+\mu}\left(\dfrac{2}{1+\mu_1}\right)^2\left(\dfrac{2}{1+\mu_2}\right)^4\left(\dfrac{2}{1+\mu_3}\right)^8 \ldots \end{cases}$$

§ XIX.

Autrement, on détermine les amplitudes φ_0, φ_{00}, φ_{000}, ... par les équations

$$(100)\quad \begin{cases} \operatorname{tang}(\varphi_0 - \varphi) = \dfrac{n}{m}\operatorname{tang}\varphi, \\ \operatorname{tang}(\varphi_{00} - \varphi_0) = \dfrac{n_1}{m_1}\operatorname{tang}\varphi_0, \\ \operatorname{tang}(\varphi_{000} - \varphi_{00}) = \dfrac{n_2}{m_2}\operatorname{tang}\varphi_{00}, \\ \text{etc.} \end{cases}$$

Les angles φ, $\frac{\varphi_0}{2}$, $\frac{\varphi_{00}}{4}$, $\frac{\varphi_{000}}{8}$, ... convergent vers la limite $x = \eta u = \frac{\pi}{2K}F(\varphi)$

Ces angles satisfont à la relation

$$(101)\qquad \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{1}{2}\frac{d\varphi_0}{\Delta\varphi_0} = \frac{1}{4}\frac{d\varphi_{00}}{\Delta\varphi_{00}} = \ldots,$$

les modules qui entrent respectivement dans $\Delta\varphi$, $\Delta\varphi_0$, $\Delta\varphi_{00}$, ... étant donnés par les formules

$$(102)\qquad k' = \frac{n}{m},\qquad k'_0 = \frac{n_1}{m_1},\qquad k'_{00} = \frac{n_2}{m_2},\ \ldots.$$

On a ensuite

$$(103)\quad \begin{cases} Z(u) = 4(\lambda_1 \sin\varphi_0 + \lambda_2 \sin\varphi_{00} + \lambda_3 \sin\varphi_{000} + \ldots), \\ \dfrac{\vartheta x}{\vartheta 0} = \dfrac{\Theta(u)}{\Theta(0)} = \left(\dfrac{m}{\Delta\varphi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\dfrac{m_1}{\Delta\varphi_0}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\dfrac{m_2}{\Delta\varphi_{00}}\right)^{\frac{1}{8}} \ldots \\ \qquad = \sqrt[2]{\operatorname{séc}(2\varphi - \varphi_0)}\,.\,\sqrt[4]{\operatorname{séc}(2\varphi_0 - \varphi_{00})}\,.\,\sqrt[8]{\operatorname{séc}(2\varphi_{00} - \varphi_{000})}\ldots. \end{cases}$$

§ XX.

Intégrales elliptiques de troisième espèce. Paramètre $= n$.

$$(104)\qquad \Pi(\varphi, n, k) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(1 + n\sin^2\varphi).\Delta\varphi} = \int_0^u \frac{du}{1 + n\,\mathrm{sn}^2 u}.$$

$$(105)\quad \begin{cases} \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{sn}^2 u\,du}{1 + n\,\mathrm{sn}^2 u} = \frac{u}{n} - \frac{1}{n}\Pi(\varphi, n), \\ \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{cn}^2 u\,du}{1 + n\,\mathrm{sn}^2 u} = -\frac{u}{n} + \left(1 + \frac{1}{n}\right)\Pi(\varphi, n), \\ \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{dn}^2 u\,du}{1 + n\,\mathrm{sn}^2 u} = -\frac{k^2 u}{n} + \left(1 + \frac{k^2}{n}\right)\Pi(\varphi, n). \end{cases}$$

Considérons d'abord le cas du paramètre n réel.

Quatre classes : 1° $-\infty < n < -1$,
2° $-1 < n < -k^2$,
3° $-k^2 < n < 0$,
4° $0 < n < +\infty$,

1° et 3°, paramètre logarithmique ; 2° et 4°, paramètre circulaire.

§ XXI.

1° $\qquad -\infty < n < -1,\qquad n = -\dfrac{1}{\mathrm{sn}^2 a}.$

$$x = \frac{\pi}{2K}u,\qquad \alpha = \frac{\pi}{2K}a,\qquad X = \frac{1}{2}\log\frac{\vartheta_1(x + \alpha)}{\vartheta_1(x - \alpha)},$$

$$K - u = u_1.\quad K - a = a_1,\quad \text{d'où}\quad \mathrm{sn}\,u_1 = \mathrm{sn}_1 u,\ \text{etc}$$

On peut toujours ramener l'argument a du paramètre à être $< \frac{1}{2}K$, et par suite α à être $< \frac{\pi}{4}$, en prenant l'un ou l'autre des deux systèmes de formules suivants (A) ou (B) :

(106) (A)
$$\left\{\begin{aligned}
'\mathfrak{C}(u, a_1) &= \operatorname{sn} a \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a \int_0^u \frac{du}{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 u} = \frac{\operatorname{dn} a}{\operatorname{tn} a}\Pi\left(\varphi, -\frac{1}{\operatorname{sn}^2 u}\right) \\
&= -x.\mathrm{D}_\alpha \log \vartheta \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{S}(u, a_1) &= \frac{\operatorname{dn} a}{\operatorname{tn} a}\int_0^u \frac{\operatorname{sn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_1 \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{P}(u, a_1) &= \operatorname{tn} a \operatorname{dn} a \int_0^u \frac{\operatorname{cn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_2 \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{D}(u, a_1) &= \frac{\operatorname{sn} a \operatorname{cn} a}{\operatorname{dn} a}\int_0^u \frac{\operatorname{dn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 a - \operatorname{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_3 \alpha + \mathrm{X};
\end{aligned}\right.$$

(106) (B)
$$\left\{\begin{aligned}
'\mathfrak{D}(u_1, a) &= \operatorname{sn} a \operatorname{cn} a \operatorname{dn} a \int_u^{\mathrm{K}} \frac{du}{\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 a} = \frac{\operatorname{sn}_1 a \operatorname{cn}_1 a}{\operatorname{dn}_1 a}\int_0^u \frac{\operatorname{dn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}_1^2 a - \operatorname{sn}^2 u} \\
&= \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cdot \mathrm{D}_\alpha \log \vartheta \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{P}(u_1, a) &= \frac{\operatorname{dn} a}{\operatorname{tn} a}\int_u^{\mathrm{K}} \frac{\operatorname{sn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 a} = \operatorname{dn}_1 a \operatorname{tn}_1 a \int_0^u \frac{\operatorname{cn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}_1^2 a - \operatorname{sn}^2 u} \\
&= \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cdot \mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_1 \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{S}(u_1, a) &= \operatorname{dn} a \operatorname{tn} a \int_u^{\mathrm{K}} \frac{\operatorname{cn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 a} = \frac{\operatorname{dn}_1 a}{\operatorname{tn}_1 a}\int_0^u \frac{\operatorname{sn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}_1^2 a - \operatorname{sn}^2 u} \\
&= \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cdot \mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_2 \alpha + \mathrm{X}, \\
'\mathfrak{C}(u_1, a) &= \frac{\operatorname{sn} a \operatorname{cn} a}{\operatorname{dn} a}\int_u^{\mathrm{K}} \frac{\operatorname{dn}^2 u\, du}{\operatorname{sn}^2 u - \operatorname{sn}^2 a} = \operatorname{sn}_1 a \operatorname{cn}_1 a \operatorname{dn}_1 a \int_0^u \frac{du}{\operatorname{sn}_1^2 a - \operatorname{sn}^2 u} \\
&= \frac{\operatorname{dn}_1 a}{\operatorname{tn}_1 a}\Pi\left(\operatorname{am}_1 u, -\frac{1}{\operatorname{sn}_1^2 a}\right) = \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cdot \mathrm{D}_\alpha \log \vartheta_3 \alpha + \mathrm{X}.
\end{aligned}\right.$$

§ XXII.

2° $\qquad -1 < n < -k^2$

(107) (A)
$$\left\{\begin{aligned}
&\text{Pour} \quad -1 < n < -k, \quad n = -\operatorname{dn}'^2 a = -\frac{k^2}{\operatorname{dn}_1'^2 a}. \\
&\alpha_1 = \rho - \alpha, \qquad \mathrm{X}_1 = \frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta_3(x - \alpha_1 i)}{\vartheta_3(x + \alpha_1 i)}. \\
'\mathrm{C}(u, a) &= \frac{k'^2 \operatorname{sn}' a \operatorname{cn}' a}{\operatorname{dn}' a}\int_0^u \frac{du}{1 - \operatorname{dn}'^2 a \operatorname{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_{\alpha_1} \log \vartheta_2(\alpha_1 i) - \mathrm{X}_1, \\
'\mathrm{S}(u, a) &= k'^2 \operatorname{sn}' a \operatorname{cn}' a \operatorname{dn}' a \int_0^u \frac{\operatorname{sn}^2 u\, du}{1 - \operatorname{dn}'^2 a \operatorname{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_{\alpha_1} \log \vartheta_3(\alpha_1 i) - \mathrm{X}_1, \\
'\mathrm{T}(u, a) &= -\frac{\operatorname{dn}' a}{\operatorname{tn}' a}\int_0^u \frac{\operatorname{cn}^2 u\, du}{1 - \operatorname{dn}'^2 a \operatorname{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_{\alpha_1} \log \vartheta(\alpha_1 i) - \mathrm{X}_1, \\
'\mathrm{D}(u, a) &= \operatorname{dn}' a \operatorname{tn}' a \int_0^u \frac{\operatorname{dn}^2 u\, du}{1 - \operatorname{dn}'^2 a \operatorname{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_{\alpha_1} \log \vartheta_1(\alpha_1 i) - \mathrm{X}_1,
\end{aligned}\right.$$

Pour $\quad -k < n < -k^2, \quad n = -\dfrac{k^2}{\mathrm{dn}'^2 a} = -\mathrm{dn}_1'^2 a,$

$$a_1' = \mathrm{K}' - a, \qquad \mathrm{X} = \frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta_3(x-\alpha i)}{\vartheta_3(x+\alpha i)}.$$

(107) (B)

$$\begin{cases}
'\mathrm{C}(u, a_1') = \dfrac{k^2 \mathrm{sn}_1' a\, \mathrm{cn}_1' a}{\mathrm{dn}_1' a}\displaystyle\int_0^u \frac{du}{1-\mathrm{dn}_1'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_2(\alpha i) - \mathrm{X},\\[2ex]
'\mathrm{S}(u, a_1') = k^2 \mathrm{sn}_1' a\, \mathrm{cn}_1' a\, \mathrm{dn}_1' a \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{sn}^2 u\, du}{1-\mathrm{dn}_1'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_3(\alpha i) - \mathrm{X},\\[2ex]
'\mathrm{P}(u, a_1') = -\dfrac{\mathrm{dn}_1' a}{\mathrm{tn}_1' a}\displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{cn}^2 u\, du}{1-\mathrm{dn}_1'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta\,(\alpha i) - \mathrm{X},\\[2ex]
'\mathrm{D}(u, a_1') = \mathrm{dn}_1' a\, \mathrm{tn}_1' a \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{dn}^2 u\, du}{1-\mathrm{dn}_1'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1(\alpha i) - \mathrm{X}
\end{cases}$$

Les formules (B) ne diffèrent des formules (A) que par le changement de a en $a_1' = \mathrm{K}' - a$, et de $\alpha_1 = \rho - \alpha$ en α.

§ XXIII.

3° $\quad -k^2 < n < 0, \quad n = -k^2 \mathrm{sn}^2 a, \quad \mathrm{X} = \dfrac{1}{2}\log\dfrac{\vartheta(x+\alpha)}{\vartheta(x-\alpha)}.$

(108)

$$\begin{cases}
\mathfrak{P}(u, a) = \dfrac{\mathrm{dn}\, a}{\mathrm{tn}\, a}\displaystyle\int_0^u \frac{du}{1-k^2\mathrm{sn}^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1\alpha - \mathrm{X},\\[2ex]
\mathfrak{S}(u, a) = k^2 \mathrm{sn}\, a\, \mathrm{cn}\, a\, \mathrm{dn}\, a \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{sn}^2 u\, du}{1-k^2\mathrm{sn}^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta\,\alpha - \mathrm{X}\,(*),\\[2ex]
\mathfrak{C}(u, a) = \dfrac{k^2 \mathrm{sn}\, a\, \mathrm{cn}\, a}{\mathrm{dn}\, a}\displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{cn}^2 u\, du}{1-k^2\mathrm{sn}^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_3\alpha + \mathrm{X},\\[2ex]
\mathfrak{D}(u, a) = \mathrm{dn}\, a\, \mathrm{tn}\, a \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{dn}^2 u\, du}{1-k^2\mathrm{sn}^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_2\alpha - \mathrm{X}.
\end{cases}$$

§ XXIV.

4° $\quad n > 0.$

Pour $\quad 0 < n < k, \quad n = -k^2 \mathrm{sn}^2(ai) = k^2 \mathrm{tn}'^2 a = \dfrac{1}{\mathrm{tn}_1'^2 a},$

$$\mathrm{X} = \frac{1}{2i}\log\frac{\vartheta(x+\alpha i)}{\vartheta(x-\alpha i)}.$$

(109) (A)

$$\begin{cases}
\mathrm{P}(u, a) = \dfrac{\mathrm{dn}' a}{\mathrm{sn}' a\, \mathrm{cn}' a}\displaystyle\int_0^u \frac{du}{1+k^2\mathrm{tn}'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1(\alpha i) + \mathrm{X},\\[2ex]
\mathrm{S}(u, a) = \dfrac{k^2 \mathrm{dn}' a\, \mathrm{tn}' a}{\mathrm{cn}'^2 a}\displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{sn}^2 u\, du}{1+k^2\mathrm{tn}'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = -x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta\,(\alpha i) - \mathrm{X}.\\[2ex]
\mathrm{C}(u, a) = \dfrac{k^2 \mathrm{tn}' a}{\mathrm{dn}' a}\displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{cn}^2 u\, du}{1+k^2\mathrm{tn}'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_3(\alpha i) + \mathrm{X},\\[2ex]
\mathrm{D}(u, a) = \mathrm{dn}' a\, \mathrm{tn}' a \displaystyle\int_0^u \frac{\mathrm{dn}^2 u\, du}{1+k^2\mathrm{tn}'^2 a\,\mathrm{sn}^2 u} = x.\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_2(\alpha i) + \mathrm{X}.
\end{cases}$$

(*) $= \Pi(u, a)$ (Jacobi).

(109) B) $\left\{\begin{array}{l}\text{Pour } \quad k < n < \infty, \quad n = -\dfrac{1}{\mathrm{sn}^2(ai)} = \dfrac{1}{\mathrm{tn}'^2 a} = k^2\,\mathrm{tn}'^{\,2}_1 a,\\ \text{on changera partout, dans les formules (A), } a \text{ en } a_1 = \mathrm{K}' - a, \text{ et par}\\ \text{suite } \alpha \text{ en } \alpha_1 = \rho - \alpha.\end{array}\right.$

§ XXV.

(110) $\left\{\begin{array}{ll}\mathfrak{P}(u,a) - \mathfrak{S}(u,a) = \dfrac{\mathrm{dn}\,a}{\mathrm{tn}\,a}\cdot u, & \mathrm{P}(u,a) + \mathrm{S}(u,a) = \dfrac{\mathrm{dn}'a}{\mathrm{sn}'a\,\mathrm{cn}'a}\cdot u,\\ \mathfrak{C}(u,a) + \mathfrak{S}(u,a) = k^2\,\mathrm{sn}\,a\,\mathrm{sn}_1 a.u, & \mathrm{C}(u,a) + \mathrm{S}(u,a) = \dfrac{k^2\,\mathrm{tn}'a}{\mathrm{dn}'a}\cdot u,\\ \mathfrak{D}(u,a) + \mathfrak{S}(u,a) = \mathrm{dn}\,a\,\mathrm{tn}\,a.u, & \mathrm{D}(u,a) + \mathrm{S}(u,a) = k'^2\,\mathrm{sn}'a\,\mathrm{sn}'_1 a.u.\end{array}\right.$

Pour avoir les formules analogues relatives aux autres intégrales P, C, D, changez les signes des seconds membres:

(111) $\left\{\begin{array}{ll}\mathfrak{S}(u, ai) = i.\,\mathrm{S}(u,a), & \\ {}'\mathfrak{S}(u, ai) = i.\,{}'\mathrm{S}(u,a), & \text{pour P;}\\ \mathfrak{S}(ui, a) = -i.\,{}'\mathrm{S}(u,a,k'), & \\ {}'\mathfrak{S}(ui, a) = -i.\,\mathrm{S}(u,a,k'), & \text{pour C et D;}\\ {}'\mathfrak{S}(u, a) = \mathfrak{S}(ui, ai, k'), & \\ {}'\mathrm{S}(u, a) = \mathrm{S}(ui, ai, k'), & \text{pour P, C et D}\end{array}\right.$

(112) $\left\{\begin{array}{l}{}'\mathrm{S}(u,a) + \mathrm{C}(u_1, a'_1) = {}'\mathrm{S}(\mathrm{K}, a) = \mathrm{C}(\mathrm{K}, a'_1),\\ u_1 = \mathrm{K} - u, \quad a'_1 = \mathrm{K}' - a.\end{array}\right.$

(113) $\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{P}(u,\mathrm{K}) = \mathfrak{S}(u,\mathrm{K}) = \mathfrak{C}(u,\mathrm{K}) = 0, \quad \mathfrak{D}(u,\mathrm{K}) = \infty;\\ \mathrm{P}(u,\mathrm{K}') = \mathrm{C}(u,\mathrm{K}') = \mathrm{D}(u,\mathrm{K}') = \dfrac{\pi}{2}; \quad \mathrm{S}(u,\mathrm{K}') = \infty.\end{array}\right.$

(114) $\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{S}(\mathrm{K}, a) = \mathrm{K}.\mathrm{el}\,a - \mathrm{E}.a,\\ \mathrm{S}(\mathrm{K}, a) = (\mathrm{K} - \mathrm{E})a + \mathrm{K}(\mathrm{tn}'a\,\mathrm{dn}'a - \mathrm{el}'a).\end{array}\right.$

(115) $\mathfrak{S}(a,u) - \mathfrak{S}(u,a) = a.\mathrm{el}\,u - u.\mathrm{el}\,a.$

§ XXVI.

Des intégrales de troisième espèce à paramètre imaginaire.

Soit le paramètre imaginaire $n = \mu e^{\nu i}$, et posons, pour abréger,

(116) $\left\{\begin{array}{l}2\,\Pi_1 = \Pi(\varphi, \mu e^{\nu i}) + \Pi(\varphi, \mu e^{-\nu i}),\\ 2i\,\Pi_2 = \Pi(\varphi, \mu e^{\nu i}) - \Pi(\varphi, \mu e^{-\nu i}).\end{array}\right.$

Π_1 et Π_2 seront donnés par les équations

(117) $\left\{\begin{array}{l}\mathrm{A}_1\Pi_1 + \mathrm{B}_1\Pi_2 = -\dfrac{1}{g_1}\mathrm{F}(\varphi) - \mathrm{C}_1\Pi(\varphi, m_1) + \displaystyle\int_0^{z_1}\dfrac{dz}{1 + h_1 z^2},\\ \mathrm{A}_2\Pi_1 + \mathrm{B}_2\Pi_2 = -\dfrac{1}{g_2}\mathrm{F}(\varphi) - \mathrm{C}_2\Pi(\varphi, m_2) + \displaystyle\int_0^{z_2}\dfrac{dz}{1 + h_2 z^2},\end{array}\right.$

g_1 et g_2 étant les deux racines de l'équation

$$(118)\qquad (\mu^2+2k^2\mu\cos\nu+k^2)g^2+2k'^2\mu^2 g=(\mu^2+2\mu\cos\nu+k^2)\mu^2,$$

et z_1, h_1, $m_1,\ldots$, z_2, h_2, $m_2,\ldots$ étant les deux systèmes, correspondants à ces deux racines, des valeurs des quantités z, h, $m,\ldots$, données par les équations

$$(119)\quad \left\{\begin{aligned}
z &= \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{(1+g\sin^2\varphi)\Delta\varphi},\\
m &= -\frac{k^2}{\mu^2}g^2,\\
h &= -\frac{1}{k^2k'^2}(k^2+m)(k^4+2k^2\mu\cos\nu+\mu^2),\\
Cg(\mu^2-2m\mu\cos\nu+m^2) &= g[m^2+(2+g)m+(1+2m)k^2]-\mu^2,\\
A &= (1-C)g-1,\\
Bg\mu\sin\nu &= g^2+(2+\mu\cos\nu+m)g+\mu\cos\nu+Cg(\mu\cos\nu-m).
\end{aligned}\right.$$

Les deux valeurs de g sont réelles et inégales tant que $n=\mu e^{\nu i}$ est imaginaire Soit $g_1<g_2$. On a alors

$$-1<m_1<-k^2<m_2<0,\qquad h_1>0>h_2.$$

Donc $\Pi(\varphi, m_1)$ appartient à la 2^e classe (P), et $\Pi(\varphi, m_2)$ à la 3^e classe ($\mathfrak{P}$). De plus,

$$(120)\quad \left\{\begin{aligned}
\int_0^{z_1}\frac{dz}{1+h_1z^2} &= \frac{1}{\sqrt{h_1}}\operatorname{arc\,tang} z_1\sqrt{h_1} = \frac{1}{\sqrt{h_1}}\operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\varphi\cos\varphi.\sqrt{h_1}}{(1+g_1\sin^2\varphi)\Delta\varphi},\\
\int_0^{z_2}\frac{dz}{1+h_2z^2} &= \frac{1}{\sqrt{-h_2}}\operatorname{ArgTh} z_2\sqrt{-h_2} = \frac{1}{\sqrt{-h_2}}\operatorname{ArgTh}\frac{\sin\varphi\cos\varphi.\sqrt{-h_2}}{(1+g_2\sin^2\varphi)\Delta\varphi}\\
&= \frac{1}{2\sqrt{-h_2}}\log\frac{1+z_2\sqrt{-h_2}}{1+z_2\sqrt{-h_2}}.
\end{aligned}\right.$$

Dans le cas particulier où $\mu^2+2\mu\cos\nu+k^2=0$, et par suite $g_2=0$, on a $m_2=0$, $h_2=-\mu^2$, et la deuxième équation (117) se trouve remplacée par l'équation

$$(121)\qquad A_2\Pi_1+B_2\Pi_2=-\frac{k^2}{\mu^2}F(\varphi)+\frac{1}{\mu}\operatorname{Arg\,Th}\frac{\mu\cos\varphi\sin\varphi}{\Delta\varphi}.$$

§ XXVII.

Réduction de la différentielle $\dfrac{dy}{\sqrt{Ay^4+By^3+Cy^2+Dy+E}}$ à la forme normale $\dfrac{1}{m}\dfrac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\varphi}{\Delta\varphi}$.

Désignons par $\pm R$ le polynôme en y sous le radical; on peut toujours supposer $A=\pm1$. On distingue divers cas, selon la nature des racines de l'équation $R=0$.

I. *Quatre racines réelles.*

$$R=(y-a_1)(y-a_2)(y-a_3)(y-a_4),\qquad (a_1<a_2<a_3<a_4).$$

Posons, pour abréger,

$$a_{12}=a_2-a_1,\quad a_{13}=a_3-a_1,\quad a_{14}=a_4-a_1,\ \text{etc.}$$

On aura

$$\frac{dy}{\sqrt{\pm R}} = \frac{1}{m}\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

1° Signe supérieur : $\dfrac{dy}{\sqrt{+R}}$.

(A). Transformation du premier ordre.

$$m' = \sqrt{a_{13}a_{24}}, \quad m'' = \sqrt{a_{12}a_{34}}, \quad m = \frac{m'+m''}{2}, \quad k = \frac{n - m''}{m'+m''}\,(*).$$

(α) $$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{lll} y = a_4, & \pm\infty, & a_1 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & 0, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$n' = \sqrt{a_{12}a_{13}}, \quad n'' = \sqrt{a_{24}a_{34}}, \quad n = \frac{n'+n''}{n'-n''},$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n'}{n''}\,\frac{y-a_4}{y-a_1}, \qquad y = \frac{a_4+a_1}{2} + \frac{a_4-a_1}{2}\cdot\frac{n-\sin\varphi}{1-n\sin\varphi}.$$

(β) $$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_2, & a_3 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$n' = \sqrt{a_{12}a_{24}}, \quad n'' = \sqrt{a_{13}a_{34}}, \quad n = \frac{n''-n'}{n''+n'},$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n''}{n'}\,\frac{y-a_2}{a_3-y}, \qquad y = \frac{a_3+a_2}{2} + \frac{a_3-a_2}{2}\cdot\frac{\sin\varphi-n}{1-n\sin\varphi}.$$

(B) Transformation du second ordre.

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{a_{13}a_{24}}, \quad k = \sqrt{\frac{a_{14}a_{23}}{a_{13}a_{24}}}, \quad k' = \sqrt{\frac{a_{12}a_{34}}{a_{13}a_{24}}}.$$

(α) $$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{lll} y = a_4, & \mp\infty, & a_1 \\ \varphi = 0, & \ldots\ldots, & \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{13}}{a_{14}}\cdot\frac{y-a_4}{y-a_3}, \qquad \cos^2\varphi = \frac{a_{34}}{a_{14}}\cdot\frac{y-a_1}{y-a_3}, \qquad y = \frac{a_4a_{13}-a_3a_{14}\sin^2\varphi}{a_{13}-a_{14}\sin^2\varphi}$$

(β) $$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_2, & a_3 \\ \varphi = 0, & \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{13}}{a_{23}}\cdot\frac{y-a_2}{y-a_1}, \qquad \cos^2\varphi = \frac{a_{12}}{a_{23}}\cdot\frac{a_3-y}{y-a_1}, \qquad y = \frac{a_2a_{13}-a_1a_{23}\sin^2\varphi}{a_{13}-a_{23}\sin^2\varphi}.$$

(*) On en tire $\operatorname{tang}^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\theta}{2}\right) = \dfrac{m''}{m'}$.

2° Signe inférieur : $\dfrac{dy}{\sqrt{-\mathrm{R}}}$.

(A). Transformation du premier ordre.

$$m' = \sqrt{a_{13}a_{24}}, \quad m'' = \sqrt{a_{14}a_{23}}, \quad m = \frac{m'+m''}{2}, \quad k = \frac{m'-m''}{m'+m''}.$$

(α)
$$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_1, & a_2 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$n' = \sqrt{a_{14}a_{13}}, \quad n'' = \sqrt{a_{23}a_{24}}, \quad n = \frac{n''-n'}{n''+n'},$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n''}{n'}\cdot\frac{y-a_1}{a_2-y}, \quad y = \frac{a_2+a_1}{2} + \frac{a_2-a_1}{2}\cdot\frac{\sin\varphi - n}{1-n\sin\varphi}.$$

(β)
$$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_3, & a_4 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$n' = \sqrt{a_{13}a_{23}}, \quad n'' = \sqrt{a_{14}a_{24}}, \quad n = \frac{n''-n'}{n''+n'},$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n''}{n'}\cdot\frac{y-a_3}{a_4-y}, \quad y = \frac{a_4+a_3}{2} + \frac{a_4-a_3}{2}\cdot\frac{\sin\varphi - n}{1-n\sin\varphi}.$$

(B). Transformation du second ordre.

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{a_{13}a_{24}}, \quad k^2 = \frac{a_{12}a_{34}}{a_{13}a_{24}}, \quad k'^2 = \frac{a_{14}a_{23}}{a_{13}a_{24}}$$

(α)
$$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_1, & a_2 \\ \varphi = 0, & \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{24}}{a_{12}}\cdot\frac{y-a_1}{a_4-y}, \quad \cos^2\varphi = \frac{a_{14}}{a_{12}}\cdot\frac{a_2-y}{a_4-y}, \quad y = \frac{a_1a_{24}+a_4a_{12}\sin^2\varphi}{a_{24}+a_{12}\sin^2\varphi}.$$

(β)
$$\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a_3, & a_4 \\ \varphi = 0, & \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{24}}{a_{34}}\cdot\frac{y-a_3}{y-a_2}, \quad \cos^2\varphi = \frac{a_{23}}{a_{34}}\cdot\frac{a_4-y}{y-a_2}, \quad y = \frac{a_3a_{24}-a_2a_{34}\sin^2\varphi}{a_{24}-a_{34}\sin^2\varphi}.$$

II. *Trois racines réelles.*

$$\mathrm{R} = (y-a_1)(y-a_2)(y-a_3), \quad (a_1 < a_2 < a_3),$$

$$\frac{dy}{\sqrt{\pm\mathrm{R}}} = \frac{1}{m}\cdot\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

1° Signe supérieur : $\dfrac{dy}{\sqrt{+R}}$.

(A) Transformation du premier ordre.

$$m' = \sqrt{a_{13}}, \quad m'' = \sqrt{a_{23}}, \quad m = \frac{m' + m''}{2}, \quad k = \frac{m' - m''}{m' + m''}.$$

(α)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_1, & a_2 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{m'}{m''} \cdot \frac{a_2 - y}{y - a_1}, \quad y = \frac{a_2 + a_1}{2} + \frac{a_2 - a_1}{2} \cdot \frac{\sin\varphi + k}{1 + k\sin\varphi}.$$

(β)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_3, & \infty \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = m'm'' \frac{1}{y - a_3}, \quad y = a_3 + m'm'' \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}.$$

(B). Transformation du second ordre.

$$k^2 = \frac{a_{12}}{a_{13}}, \quad k'^2 = \frac{a_{23}}{a_{13}}.$$

(α)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_1, & a_2 \\ \varphi = 0, & \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\},$$

$$\sin^2\varphi = \frac{y - a_1}{a_{12}}, \quad \cos^2\varphi = \frac{a_2 - y}{a_{12}}, \quad y = a_1 + a_{12} \sin^2\varphi.$$

(β)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_3, & \infty \\ \varphi = 0, & \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{y - a_3}{y - a_2}, \quad \cos^2\varphi = \frac{a_{23}}{y - a_2}, \quad y = \frac{a_3 - a_2\sin^2\varphi}{1 - \sin^2\varphi}.$$

2° Signe inférieur : $\dfrac{dy}{\sqrt{-R}}$.

(A). Transformation du premier ordre.

$$m' = \sqrt{a_{13}}, \quad m'' = \sqrt{a_{12}}, \quad m = \frac{m' + m''}{2}, \quad k = \frac{m' - m''}{m' + m''}.$$

(α)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = -\infty, & a_1 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{m'm''}(a_1 - y), \quad y = a_1 - m'm'' \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi}.$$

(β)
$$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_2, & a_3 \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2}, & +\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{m''}{m'} \cdot \frac{a_3 - y}{y - a_2}, \quad y = \frac{a_3 + a_2}{2} + \frac{a_3 - a_2}{2} \cdot \frac{\sin\varphi - k}{1 + k\sin\varphi}.$$

(B). Transformation du second ordre.

$$k^2 = \frac{a_{23}}{a_{13}}, \qquad k'^2 = \frac{a_{12}}{a_{13}}.$$

(α) $$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{lll} y = -\infty, & & a_1 \\ \varphi = 0, & & \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{13}}{a_3 - y}, \qquad \cos^2\varphi = \frac{a_1 - y}{a_3 - y}, \qquad y = a_3 - \frac{a_{13}}{\sin^2\varphi}.$$

(β) $$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_2, & a_3 \\ \varphi = 0, & \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}.$$

$$\sin^2\varphi = \frac{a_{13}}{a_{23}} \cdot \frac{y - a_2}{y - a_1}, \qquad \cos^2\varphi = \frac{a_{12}}{a_{23}} \cdot \frac{a_3 - y}{y - a_1}, \qquad y = \frac{a_2 a_{13} - a_1 a_{23} \sin^2\varphi}{a_{13} - a_{23}\sin^2\varphi}.$$

III. *Deux racines réelles et deux imaginaires.*

$$R = (y - a_1)(y - a_2)[(y - b)^2 + c^2], \qquad (a_1 < a_2,\ c > 0).$$

$$\operatorname{tang}\theta_1 = \frac{a_1 - b}{c}, \qquad \operatorname{tang}\theta_2 = \frac{a_2 - b}{c}, \qquad \theta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}, \qquad \Theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2},$$

$$k = \sin\theta, \qquad n = \operatorname{tang}\theta \operatorname{tang}\Theta.$$

$$\operatorname{tang}^2\frac{\varphi}{2} = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \frac{a_2 - y}{y - a_1}, \qquad y = \frac{a_2 + a_1}{2} \mp \frac{a_2 - a_1}{2} \cdot \frac{n - \cos\varphi}{1 - n\cos\varphi}.$$

1° Signe supérieur : $$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{lll} y = a_2, & \pm\infty, & a_1 \\ \varphi = 0, & \text{arc}\cos\frac{1}{n}, & \pi \end{array} \right\}.$$

θ_1 obtus, θ_2 aigu,

$$\frac{dy}{\sqrt{+R}} = \frac{\sqrt{-\cos\theta_1 \cos\theta_2}}{c} \cdot \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

2° Signe inférieur : $$\text{Lim.} \left\{ \begin{array}{ll} y = a_1, & a_2 \\ \varphi = 0, & \pi \end{array} \right\}.$$

θ_1 et θ_2 aigus,

$$\frac{dy}{\sqrt{-R}} = \frac{\sqrt{\cos\theta_1 \cos\theta_2}}{c} \cdot \frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

IV. *Une racine réelle et deux imaginaires.*

$$R = (y - a)[(y - b)^2 + c^2], \qquad (c > 0).$$

$$\operatorname{tang}\theta_1 = \frac{a - b}{c}, \qquad k = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_1}{2}\right),$$

$$\operatorname{tang}^2\frac{\varphi}{2} = \frac{\cos\theta_1}{c}(a - y), \qquad y = a - \frac{c}{\cos\theta_1} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{1 + \cos\varphi}.$$

1° Signe supérieur : $\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = a, & +\infty \\ \varphi = \pi, & 0 \end{array}\right\}.$

θ_1 obtus,

$$\frac{dy}{\sqrt{+R}} = -\sqrt{\frac{-\cos\theta_1}{c}}\cdot\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

2° Signe inférieur : $\text{Lim.}\left\{\begin{array}{ll} y = -\infty, & a \\ \varphi = \pi, & 0 \end{array}\right\}.$

θ_1 aigu,

$$\frac{dy}{\sqrt{-R}} = -\sqrt{\frac{\cos\theta_1}{c}}\cdot\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

V. *Quatre racines imaginaires.*

$$R = [(y-b_1)^2 + c_1^2][(y-b_2)^2 + c_2^2], \qquad (b_1 < b_2,\ c_1 \text{ et } c_2 \text{ positifs}).$$

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{c_2 + c_1}{b_2 - b_1}, \qquad \operatorname{tang}\theta_2 = \frac{c_2 - c_1}{b_2 - b_1}, \qquad \operatorname{tang}^2\frac{\theta}{2} = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}, \qquad k = \sin\theta,$$

$$\theta_1,\ \theta_2 \text{ et } \frac{1}{2}\theta \text{ aigus.} \qquad \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \theta', \qquad \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \theta''$$

$$\frac{dy}{\sqrt{R}} = \sqrt{\frac{\cos\theta}{c_1 c_2}}\cdot\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

1° $\qquad \text{Lim.}\left\{\begin{array}{lll} y = -\infty & b_2, & +\infty \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \theta', & -\theta', & \frac{\pi}{2} - \theta' \end{array}\right\}.$

$$\operatorname{tang}(\varphi + \theta') = \frac{y - b_2}{c_2}, \qquad y = b_2 + c_2\frac{\operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\theta'}{1 - \operatorname{tang}\theta'\operatorname{tang}\varphi}.$$

2° $\qquad \text{Lim.}\left\{\begin{array}{lll} y = -\infty, & b_1, & +\infty \\ \varphi = \theta'', & \frac{\pi}{2} - \theta'', & \theta'' \end{array}\right\}.$

$$\operatorname{tang}(\varphi + \theta'') = \frac{c_1}{b_1 - y}, \qquad y = b_1 - c_1\frac{1 - \operatorname{tang}\theta''\operatorname{tang}\varphi}{\operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\theta''}$$

---

§ XXVIII.

Réduction de la différentielle $F(y, \sqrt{R})\,dy$ aux différentielles elliptiques. F désignant une fonction rationnelle, et R un polynôme du troisième ou du quatrième degré en y.

On commencera, à l'aide d'une transformation connue, par mettre $F(y, \sqrt{R})\,dy$ sous la forme

$$\left[\varphi(y) + \frac{\chi(y)}{\sqrt{R}}\right]dy,$$

φ et χ désignant des fonctions rationnelles.

Occupons-nous du second terme $\dfrac{\chi(y)\,dy}{\sqrt{R}}$.

La transformation du second ordre ramène immédiatement cette expression à la forme

$$f(\sin^2\varphi)\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

La transformation du premier ordre la ramène à la forme

$$\psi(x)\frac{d\varphi}{\Delta\varphi},$$

x étant une des trois quantités $\sin\varphi$, $\cos\varphi$, $\operatorname{tang}\varphi$. Par un artifice connu, on décomposera la fonction $\psi(x)$ en deux autres, l'une paire, l'autre impaire. Celle-ci, multipliée par $\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}$, donne lieu à une différentielle qui s'intègre par arcs de cercles et par logarithmes, en posant

pour $x=\sin\varphi$, $t=\cos\varphi$, d'où $\mathrm{f}(x^2)\dfrac{x\,d\varphi}{\Delta\varphi}=-\mathrm{F}(t^2)\dfrac{dt}{\sqrt{k'^2+k^2t^2}}$;

pour $x=\cos\varphi$, $t=\sin\varphi$, d'où $\mathrm{f}(x^2)\dfrac{x\,d\varphi}{\Delta\varphi}=\mathrm{F}(t^2)\dfrac{dt}{\sqrt{1-k^2t^2}}$,

pour $x=\operatorname{tang}\varphi$, $t=\cos\varphi$, d'où $\mathrm{f}(x^2)\dfrac{x\,d\varphi}{\Delta\varphi}=-\mathrm{F}\left(\dfrac{1-t^2}{t^2}\right)\dfrac{dt}{t\sqrt{k'^2+k^2t^2}}$.

La fonction paire de x peut toujours se mettre sous la forme $f(\sin^2\varphi)$, f désignant une fonction rationnelle. On est donc ramené, dans tous les cas, à une différentielle de la forme

$$f(\sin^2\varphi)\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

Par la décomposition en fractions simples, cette fonction donnera lieu à des termes des formes suivantes :

$$\frac{A\,d\varphi}{\Delta\varphi},\quad \frac{A\,d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\Delta\varphi},\quad \frac{A\sin^{2p}\varphi.d\varphi}{\Delta\varphi},\quad \frac{A\,d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)^q\Delta\varphi}.$$

Dans les deux dernières, on peut réduire les exposants p et q à l'unité.

1° Soit

$$V_q=\int\frac{d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)^q\Delta\varphi}.$$

Par la formule de réduction

$$\begin{aligned}&(2q-2)\left(1+\frac{1+k^2}{n}+\frac{k^2}{n^2}\right)V_q-(2q-3)\left[1+\frac{2(1+k^2)}{n}+\frac{3k^2}{n^2}\right]V_{q-1}\\&+(2q-4)\left(\frac{1+k^2}{n}+\frac{3k^2}{n^2}\right)V_{q-2}-(2q-5)\frac{k^2}{n^2}V_{q-3}\\&=\frac{\sin\varphi\cos\varphi\Delta\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)^{q-1}},\end{aligned}$$

on abaissera l'exposant q jusqu'à la valeur 1, et l'intégrale proposée V_q dépendra alors des intégrales

$$V_1=\int\frac{d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\Delta\varphi}=\Pi(\varphi,n),$$

$$V_0=\int\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}=\mathrm{F}(\varphi),$$

et des intégrales V_{-1}, V_{-2}, qui se ramènent à des intégrales de la forme

$$\int\frac{\sin^{2p}\varphi.d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

2° Soit

$$X_p = \int \frac{\sin^{2p}\varphi . d\varphi}{\Delta\varphi}.$$

La formule de réduction

$$(2p-1)k^2 X_p - (2p-2)(1+k^2)X_{p-1} + (2p-3)X_{p-2} = \sin^{2p-3}\varphi \cos\varphi \,\Delta\varphi$$

permettra d'abaisser p jusqu'à la valeur 1, ce qui fera dépendre X_p des intégrales

$$X_0 = \int \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} = F(\varphi),$$

$$X_1 = \int \frac{\sin^2\varphi . d\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{1}{k^2} F(\varphi) - \frac{1}{k^2} E(\varphi).$$

On ramènera donc ainsi l'intégrale proposée aux trois intégrales elliptiques

$$F(\varphi), \quad E(\varphi), \quad \Pi(\varphi, n).$$

APPLICATIONS NUMÉRIQUES

DES

FONCTIONS ELLIPTIQUES.

Nous allons maintenant développer la solution numérique de quelques questions de Géométrie et de Mécanique qui se ramènent aux fonctions elliptiques. On verra que nos petites Tables, lors même qu'elles ne fourniront pas une approximation suffisante, seront néanmoins d'un grand secours, en permettant d'ébaucher rapidement les calculs, et de passer aisément des premières valeurs approchées à des valeurs plus exactes.

I. — Aire de l'ellipsoïde.

Soient a, b, c les demi-axes d'un ellipsoïde, et

$$a < b < c.$$

Si l'on pose (*)

$$k = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{b^2 - a^2}{c^2 - a^2}}, \qquad \cos\varphi = \frac{a}{c},$$

l'aire totale de l'ellipsoïde sera donnée par la formule

$$S = 2\pi a^2 + 2\pi ab\,[\cot\varphi\, F(\varphi) + \operatorname{tang}\varphi\, E(\varphi)].$$

Appliquons cette formule au cas où l'on donne

$$a = 1, \qquad b = 2, \qquad c = 3.$$

On trouve alors

$$k = \sqrt{\frac{27}{32}}, \qquad k' = \sqrt{\frac{5}{32}}, \quad \theta = 0^r,741292 = 66^\circ,7163,$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{3}, \qquad \operatorname{tang}\varphi = \sqrt{8}, \qquad \varphi = 0^r,783653 = 70^\circ,5288.$$

Les petites Tables de la page 58 donnent, pour ces valeurs de θ et de φ,

$$\log F(\varphi) = 0,1992, \qquad \log E(\varphi) = 0,0002,$$

(*) LEGENDRE, *Traité des fonctions elliptiques*, t. I, p. 357.

d'où l'on conclut

$$S = 48,86.$$

Pour obtenir une valeur plus approchée, en se servant des formules (63), (69), (71), (23), on disposera le calcul comme il suit :

$\sqrt{k}$	$\bar{1},98155$
$\frac{1}{2\epsilon'}$ (Table IV)	$1,6730$
$\log\frac{1}{\epsilon'} = \log\frac{1}{q'} = 2M\rho' = 1,9740$	
$2\epsilon'$	$\bar{2},3270$
$1+2\epsilon'$ (Table III) . .	$0,00913$
$\frac{2K'}{\pi} = (1+2\epsilon')^2$ . . .	$0,01826$
$2M\rho'$	$0,29535$
$\frac{1}{2M}$	$0,06119$
K	$0,37480$
$M^2\pi^2$	$0,26987$
$2M\rho = \frac{M^2\pi^2}{2M\rho'}$	$\bar{1},97451$
	$2M\rho = 0,94300$
$\frac{\pi}{K}$	$0,1223$
$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,2\rho}$	$\bar{1},3637$
$\frac{\pi}{K.\mathrm{Sh}\,2\rho} = \alpha$	$\bar{1},4860$
α^2	$\bar{2},9720$
$\frac{1+k'^2}{2} = \frac{37}{64}$	$= 0,57812$
$-\alpha^2$	$= -0,09376$
$\frac{E}{K} =$	$0,48436$

$\frac{\Delta\varphi}{\cos\varphi} = \frac{3}{2}$ . . .	$0,17609$
$\sqrt{k}$	$\bar{1},98155$
$\frac{1+\xi'}{1-\xi'}$	$0,19454$
ξ' (Table IV).	$\bar{1},3430$
$\frac{1}{2\epsilon'}$	$1,6730$
$\mathrm{Ch}\,2x'$	$1,0160$
$2x' = 3,0302$.	$0,48147$
$\frac{K'}{\pi}$	$\bar{1},71723$
$F(\varphi) = u$ . . .	$0,19870$
$\frac{E}{K}$	$\bar{1},68517$
$\frac{E}{K}u$	$\bar{1},88387$
$-x'$	$-0,18047$
K	$0,37480$
$-\frac{x'}{K}$	$-\bar{1},80567$
$\frac{\pi}{2K'}$	$\bar{1},98174$
$\mathrm{Th}\,x'$	$\bar{1},95801$
$\frac{\pi}{2K'}\mathrm{Th}\,x'$ . . .	$\bar{1},93975$

$\frac{\pi}{2K'}$	$\bar{1},981$
$2q'$	$\bar{2},327$
$\mathrm{Sh}\,2x'$	$1,014$
$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,2\rho'}$	$\bar{2},327$
β	$\bar{3},649$
$\frac{E}{K}u$	$= 0,76537$
$-\frac{x'}{K}$	$= -0,63925$
$\frac{\pi}{2K'}\mathrm{Th}\,x' =$	$0,87046$
β	$= 0,00446$
$E(\varphi) = \mathrm{el}\,u =$	$1,00104$
$2\pi ab = 4\pi$.	$1,09921$
$\cot\varphi$	$\bar{1},54846$
$F(\varphi)$	$0,19870$
(1)	$0,84637$
$2\pi ab \operatorname{tang}\varphi$.	$1,55075$
$E(\varphi)$	$0,00045$
(2)	$1,55120$
$2\pi a^2 = 2\pi =$	$6,283$
(1)	$= 7,020$
(2)	$= 35,579$
	$S = 48,882$

On voit que la valeur donnée par nos petites Tables était déjà fort approchée.

II. — Longueur de la ligne géodésique d'un sphéroïde de révolution.

Soient $2a$ l'axe équatorial, $2b$ l'axe polaire, $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ l'excentricité d'un sphéroïde aplati, dont le méridien est déterminé par les équations

$$x = a \cos\omega, \quad y = b \sin\omega.$$

La latitude λ sera donnée par l'une des formules

$$\text{(1)} \qquad \tang\lambda = \frac{a}{b}\tang\omega, \quad \tang(\lambda - \omega) = \frac{6 \sin\omega\cos\omega}{1 + 6\sin^2\omega},$$

6 étant l'*aplatissement mécanique* $\frac{a-b}{b}$.

Si l'on désigne par ψ l'*azimut* d'une ligne géodésique du sphéroïde, c'est-à-dire l'angle sous lequel cette ligne coupe le méridien, on aura la relation

$$\text{(2)} \qquad \cos\omega \sin\psi = \cos\gamma,$$

γ étant un angle constant pour chaque ligne géodésique.

En calculant maintenant l'angle auxiliaire φ par la formule

$$\text{(3)} \qquad \cos\varphi \sin\gamma = \sin\omega,$$

la longueur d'un arc de ligne géodésique, comptée à partir du méridien que cette ligne coupe à angles droits, et pour lequel on a

$$\omega = \gamma, \quad \varphi = 0,$$

sera donnée par la formule (*)

$$\text{(4)} \qquad s = \frac{ae\sin\gamma}{k}\cdot \mathrm{E}(\varphi),$$

et la différence des longitudes des deux extrémités de l'arc par la formule

$$\text{(5)} \qquad \mathrm{L} = \frac{k}{e\sin\gamma\cos\gamma}\,\Pi(\varphi, \tang^2\gamma) - ke\cot\gamma.\mathrm{F}(\varphi),$$

le module k des intégrales elliptiques étant déterminé par les relations

$$\text{(6)} \qquad k = \sin\theta, \quad \tang\theta = \frac{ae\sin\gamma}{b}.$$

Pour calculer la formule (5), posons

$$\tang\chi = \frac{\tang\gamma}{k}, \quad \frac{2\mathrm{K}}{\pi}\alpha = \mathrm{F}(\chi, k').$$

Si l'on applique la première formule (109), où l'on a

$$\frac{\Delta(\chi, k')}{\sin\chi\cos\chi} = \frac{k}{e\sin\gamma\cos\gamma},$$

(*) LEGENDRE, *Traité des fonctions elliptiques*, t. I, p. 361.

la formule (5) deviendra, en posant $x = \frac{\pi}{2K} F(\varphi)$,

$$(7) \qquad L = \left[\frac{\pi}{2K} \cdot D_\alpha \log \vartheta_1(\alpha i) - ke \cot\gamma\right] \cdot F(\varphi) + \frac{1}{2i} \log \frac{\vartheta(x + \alpha i)}{\vartheta(x - \alpha i)}.$$

Considérons le sphéroïde terrestre, pour lequel on a

$$\log\frac{a}{b} = 0{,}0014542, \qquad \log e = \bar{2}{,}9122051, \qquad \log 6 = \bar{3}{,}52556,$$

et proposons-nous, par exemple, de calculer où aboutirait l'extrémité d'un arc de 5000 kilomètres, partant d'un point pour lequel $\omega = \omega_1 = 45°$, ce qui correspond à la latitude $\lambda_1 = 45° 5' 45'',33$, et faisant en ce point un angle $\psi_1 = 45°$ avec la direction nord du méridien.

On conclut d'abord, de ces données,

$$\cos\gamma = \cos\omega_1 \sin\psi_1 = \frac{1}{2}, \quad \text{d'où} \quad \gamma = 60°.$$

On obtiendra maintenant une première approximation du problème en négligeant l'aplatissement terrestre, ce qui donne, par la résolution d'un triangle sphérique dont on connaît l'angle ψ_1 et les deux côtés $\frac{\pi}{2} - \lambda_1$ et $s = 45°$,

$$\lambda_2 = 58° 37' 37'',66, \qquad L_2 - L_1 = 73° 49' 33'',61.$$

Si l'on calcule, d'autre part, l'angle du méridien initial avec celui qui est coupé à angles droits par la ligne géodésique, considérée comme un arc de grand cercle, on trouve

$$\cos L = \frac{\operatorname{tang}\omega_1}{\operatorname{tang}\gamma} = \cot 60°, \quad \text{d'où} \quad L = 54° 16' < L_2 - L_1.$$

Donc le point le plus boréal de la ligne géodésique se trouve entre les deux extrémités de l'arc cherché, ce qui montre que cet arc est égal à la *somme* des distances s_1, s_2 du point le plus boréal aux deux extrémités.

D'après cela, en désignant par les indices 1 et 2 les quantités relatives aux deux extrémités de notre arc, nous aurons, pour calculer φ_2, l'équation

$$(8) \qquad s = \frac{ae \sin\gamma}{k} [E(\varphi_1) + E(\varphi_2)].$$

Ensuite on aura la différence des longitudes $L_2 - L_1$, en faisant la *somme* des valeurs du second membre de la formule (7) relatives aux valeurs φ_1 et φ_2 de l'amplitude φ.

Nous allons maintenant ébaucher les calculs de ces formules au moyen de nos petites Tables, ce qui aura pour avantage de préparer les approximations successives que peuvent exiger les calculs faits avec un plus grand nombre de figures au moyen des grandes Tables logarithmiques ou des Tables de Legendre.

On conclut des données du problème

$$\theta = 0^q,04511720 = 4°,060548, \quad \log k = \bar{2},8500984, \quad \log k' = \bar{1},9989085,$$
$$\varphi_1 = 0^q,39182654 = 35°,264389, \qquad \chi = 0^q,97398786 = 87°,658907.$$

On a ensuite

s	$3,69897$
$\dfrac{1}{ac}$	$\bar{3},28315$
coséc γ	$0,06247$
l	$\bar{2},85010$
	$\bar{1},89469$
Nombre	$= 0,7847$
$-\mathrm{E}(\varphi_1)$	$= -0,6153$
$\mathrm{E}(\varphi_2)$	$= 0,1694$
φ_2	$= 0^q,1078$
$\cos\varphi_2$	$\bar{1},9937$
$\sin\gamma$	$\bar{1},9375$
$\sin\omega_2$	$\bar{1},9312$
$\cos\omega_2$	$\bar{1},7170$
β	$\bar{3},5256$
$\beta\sin\omega_2\cos\omega_2$	$\bar{3},1738$
$1+\beta\sin^2\omega_2$	$0,0011$
$\mathrm{tang}(\lambda_2-\omega_2)$	$\bar{3},1727$
$\lambda_2-\omega_2$	$= 0^q,0009$
ω_2	$= 0,6510$
λ_2	$= 0^q,6519$
	$= 58^\circ 40'$

$\mathrm{F}(\varphi_1)$	$\bar{1},7893$
$\mathrm{F}(\varphi_2)$	$\bar{1},2288$
K	$0,1967$
$\dfrac{2}{\pi}x_1$	$\bar{1},5926$
$\dfrac{2}{\pi}x_2$	$\bar{1},0321$
$1+\dfrac{x_2}{x_1}$	$0,1055$
$\dfrac{2}{\pi}(x_1+x_2)$	$\bar{1},6981$
$\mathrm{F}(\chi, k')$	$0,5429$
M	$\bar{1},6378$
$\dfrac{\pi}{2\mathrm{K}}$	$\bar{1},9994$
$\mathrm{M}\alpha$	$0,1801$
q	$\bar{4},4972$
$2\mathrm{M}\rho = \log \text{vulg} \dfrac{1}{q}$	$= 3,5028$
$\mathrm{M}\alpha$	$= 1,5139$
$\mathrm{M}(2\rho-\alpha)$	$= 1,9889$
$\mathrm{M}(2\rho-2\alpha)$	$= 0,4750$
$\mathrm{Sh}(2\rho-2\alpha)$	$0,122$
Coséch α	$\bar{2},787$
Coséch $(2\rho-\alpha)$	$\bar{2},312$
$\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1\alpha i - 1$	$\bar{3},221$

$\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1\alpha i$	$0,0007$
$\dfrac{2}{\pi}(x_1+x_2)$	$\bar{1},6981$
(1)	$\bar{1},6988$
$-ke\cot\gamma$	$-\bar{3},5237$
$\dfrac{2\mathrm{K}}{\pi}$	$0,0005$
$\dfrac{2}{\pi}(x_1+x_2)$	$\bar{1},6981$
(2)	$-\bar{3},2223$
q	$\bar{4},4972$
$2\mathrm{M}\alpha$	$3,0278$
$2x_1$	$= 0^q,7827$
$2x_2$	$= 0^q,2153$
$\sin 2x_1$	$\bar{1},9742$
$2q\,\mathrm{Sh}\,2\alpha$	$\bar{1},5250$
$\sin 2x_2$	$\bar{1},5209$
$\cos 2x_1$	$\bar{1},5247$
$-2q\,\mathrm{Ch}\,2\alpha$	$-\bar{1},5250$
$\cos 2x_2$	$\bar{1},9746$
$2q\,\mathrm{Sh}\,2\alpha\sin 2x_1$	$\bar{1},4992$
$(1-2q\,\mathrm{Ch}\,2\alpha\cos 2x_1)^{-1}$	$0,0517$
$2q\,\mathrm{Sh}\,2\alpha\sin 2x_2$	$\bar{1},0459$
$(1-2q\,\mathrm{Ch}\,2\alpha\cos 2x_2)^{-1}$	$0,1649$

$\mathrm{tang}\,\mathrm{X}_1$	$\bar{1},5509$
$\mathrm{tang}\,\mathrm{X}_2$	$\bar{1},2108$
(1)	$0,4998$
(2)	$-0,0017$
X_1	$0,2175$
X_2	$0,1025$
$\mathrm{L}_2-\mathrm{L}_1$	$= 0^q,8181$
	$= 73^\circ 38'$

En faisant le calcul avec une plus grande approximation, on aurait trouvé :

$\mathrm{E}(\varphi_1)$	$= 0,6152990$
$\mathrm{E}(\varphi_2)$	$= 0,1693748$
φ_2	$= 9^\circ,704679$
λ_2	$= 58^\circ 41' 39'',1$
$\mathrm{F}(\varphi_1)$	$= 0,6156604$
$\mathrm{F}(\varphi_2)$	$= 0,1693856$
$2\mathrm{M}\alpha$	$= 3,0264374$
$2\mathrm{M}\rho$	$= 3,5028323$
$\mathrm{D}_\alpha \log\vartheta_1\alpha i$	$= 1,001674$
X_1	$= 0^q,2167237$
X_2	$= 0,1020983$
$\mathrm{L}_2-\mathrm{L}_1$	$= 73^\circ 32' 14'',9$

III. — Mouvement de rotation d'un corps solide.

Prenons, pour dernier exemple, la mise en nombre des principales formules du Mémoire de Jacobi *Sur la rotation des corps* (*); et supposons que le corps considéré soit un ellipsoïde homogène, dont les trois demi-axes aient pour longueurs

$$a = 1, \quad b = 2, \quad c = 3.$$

Les trois moments d'inertie principaux seront

$$A = 20,8.\pi, \quad B = 16.\pi, \quad C = 8.\pi,$$

et la masse

$$M = 8\pi.$$

Supposons que les vitesses initiales de rotation autour des trois axes principaux soient

$$p = \frac{1}{4}, \quad q = \frac{1}{2}, \quad r = 1.$$

Les constantes h et l^2 des forces vives et des aires auront pour valeurs

$$h = 13,3.\pi, \quad l^2 = 155,04.\pi^2,$$

d'où résulte

$$Ah - l^2 = 121,60.\pi^2, \quad Bh - l^2 = 57,76.\pi^2, \quad l^2 - Ch = 48,64.\pi^2.$$

On déterminera le module $k = \sin\theta$ par la formule

$$\tang\theta = \sqrt{\frac{A - B}{A - C}}\sqrt{\frac{l^2 - Ch}{Bh - l^2}} = (\bar{1},74970),$$

d'où

$$\theta = 0^q,32593.$$

Pour cette valeur de θ, la Table de la page 57 donne

$$\log K = 0,2254, \quad \log K' = 0,3374, \quad \log q = \bar{2},2342.$$

On calculera ensuite l'intégrale de première espèce

$$a = \int_{\beta}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\Delta(\beta, k')} = K' - F(\beta, k'),$$

l'amplitude β étant déterminée par l'équation

$$\tang\beta = \sqrt{\frac{A(B - C)}{C(A - B)}} = (0,31841), \quad \text{d'où} \quad \beta = 0^q,71490.$$

Au moyen de la Table de la page 58, on trouve

$$\log a' = \log(K' - a) = 0,1260, \quad \log a = \bar{1},9235,$$

d'où

$$b = \frac{2}{\pi}\alpha' = \frac{a}{K'} = 0,3855.$$

Pour obtenir des valeurs plus approchées, on peut employer soit les formules (62) ou (63), soit la méthode des transformations modulaires § XVII. Les

(*) *Journal de Crelle*, t. XXXIX, p. 293.

formules de ce dernier paragraphe donnent les valeurs logarithmiques suivantes :

$$\left.\begin{matrix} m = 0{,}00000, & m_1 = \bar{1}{,}87213, & m_2 = \bar{1}{,}85880, & m_3 \\ n = \bar{1}{,}69011, & n_1 = \bar{1}{,}84505, & n_2 = \bar{1}{,}85859, & n_3 \end{matrix}\right\} = \frac{\pi}{2\mathrm{K}'} = \bar{1}{,}85870.$$

On a ensuite

$$k'^2 \sin^2\beta = \bar{1}{,}79063, \qquad \text{d'où (Table III)} \quad \frac{1}{\nabla^2} = 0{,}41736,$$

$$\frac{\nabla}{m} = \mu = \bar{1}{,}79132, \qquad \frac{n}{\nabla} = \nu = \bar{1}{,}89879,$$

puis, en opérant au moyen de la Table d'addition (p. 10),

$$\left.\begin{matrix} \mu_1 = \bar{1}{,}98173, & \mu_2 = \bar{1}{,}99986, & \mu_3 \\ \nu_1 = \bar{1}{,}99120, & \nu_2 = \bar{1}{,}99995, & \nu_3 \end{matrix}\right\} = 1,$$

$$\operatorname{tang}\frac{\pi}{2\mathrm{K}'}(\mathrm{K}' - a) = \cot\alpha' = \frac{\pi}{2\mathrm{K}'}\cdot\mu_1\mu_2\mu_3.\operatorname{tang}\beta = (0{,}15869),$$

$$\alpha' = \frac{\pi}{2}b = 0^{\mathrm{q}}{,}38620,$$

$$\frac{1}{q'} = \frac{16k}{k'^2}\left(\frac{m_1}{n_1}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{m_2}{n_2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\frac{m_3}{n_3}\right)^{\frac{3}{8}}\cdots = (1{,}05418),$$

$$\log\frac{1}{q} = 2\mathrm{M}\rho = \frac{\mathrm{M}^2\pi^2}{\log\frac{1}{q'}} = 1{,}76583,$$

$$\frac{2\mathrm{K}}{\pi} = \frac{\mathrm{K}'}{\rho} = (0{,}02929),$$

$$\vartheta(0) = (\bar{1}{,}98485), \qquad \vartheta_2(0) = (\bar{1}{,}85970), \qquad \vartheta_3(0) = (0{,}01464)$$

$$\mathrm{M}\alpha = \frac{\mathrm{K}'}{\mathrm{K}}\cdot\mathrm{M}\alpha' = \mathrm{M}\rho.b = 0{,}34098.$$

$$n = \sqrt{\frac{(\mathrm{B}-\mathrm{C})(\mathrm{A}h - l^2)}{\mathrm{ABC}}} = (\bar{1}{,}78138),$$

$$x = \frac{\pi}{2\mathrm{K}}\cdot n(t - t_0) = (\bar{1}{,}75208)(t - t_0).$$

On calculera maintenant $\vartheta_2(\alpha i)$ par l'une des formules

$$\vartheta_2(\alpha i) = 2q^{\frac{1}{4}}\operatorname{Ch}\alpha + 2q^{\frac{9}{4}}\operatorname{Ch}3\alpha + \ldots,$$

$$\vartheta_2(\alpha i) = e^{\frac{\alpha^2}{2\rho}}(1 - 2q'\cos 2\alpha' + 2q'^4\cos 4\alpha' - \ldots),$$

en remarquant que $\log\operatorname{vulg} e^{\frac{\alpha^2}{2\rho}} = \frac{(\mathrm{M}\alpha)^2}{2\mathrm{M}\rho}$. On trouvera ainsi

$$\log\vartheta_2(\alpha i) = \bar{1}{,}98209.$$

On pourrait calculer de même $\vartheta(\alpha i)$, $\vartheta_3(\alpha i)$, $\vartheta_1(\alpha i)$. Mais on opérera plus directement en calculant les rapports

$$\frac{\vartheta_3(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)} = \sqrt{\frac{A(Bh-l^2)}{(A-B)l^2}},\quad \frac{\vartheta(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)} = \sqrt{\frac{B(Ah-l^2)}{(A-B)l^2}},\quad \frac{\vartheta_1(\alpha i)}{i\vartheta_2(\alpha i)} = \sqrt{\frac{C(Bh-l^2)}{(B-C)l^2}},$$

dont les valeurs logarithmiques sont

$$\bar{1},97885,\qquad 0,05374,\qquad \bar{1},81539.$$

Nous avons maintenant, pour calculer les diverses inconnues du problème, deux systèmes de formules, les unes sous forme fractionnaire, les autres sous forme entière.

En adoptant les notations des formules (15), et posant, pour abréger,

$$g = \vartheta(0)\,\vartheta_2(0)\,\vartheta_3(0),\quad f = n\sqrt{kk'}.\vartheta_3(0) = n.\frac{\vartheta(0)\,\vartheta_2(0)}{\vartheta_3(0)},$$

$$\frac{\vartheta_3(0)}{g}\,\frac{\vartheta(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)} = \mathcal{A},\qquad \frac{\vartheta(0)}{g}\cdot\frac{\vartheta_3(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)} = \mathcal{B},\qquad \frac{\vartheta_2(0)}{g}\cdot\frac{\vartheta_1(\alpha i)}{i\vartheta_2(\alpha i)} = \mathcal{C},$$

on aura, pour les valeurs des neuf cosinus des angles que font les axes principaux du corps avec trois axes fixes, dont deux sont situés dans le plan invariable et le troisième perpendiculaire à ce plan, et pour les vitesses de rotation ω_x, ω_y, ω_z autour de ces trois axes (*) :

$$\begin{aligned}
\alpha &= -\frac{\vartheta_1(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\chi'_1(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= -\mathcal{A}.\mathrm{Ch}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Sh}\,\rho\sin x}{\mathrm{Sh}(\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Sh}\,3\rho\sin 3x}{\mathrm{Sh}(3\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(3\rho+\alpha)}+\ldots\right],\\
\alpha' &= \frac{\vartheta_1(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\chi''_1(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= \mathcal{A}.\mathrm{Sh}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Ch}\,\rho\cos x}{\mathrm{Sh}(\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Ch}\,3\rho\cos 3x}{\mathrm{Sh}(3\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(3\rho+\alpha)}+\ldots\right],\\
\alpha'' &= -\frac{\vartheta(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\vartheta_2 x}{\vartheta x} = -\mathcal{A}.2\left(\frac{\cos x}{\mathrm{Ch}\,\rho}+\frac{\cos 3x}{\mathrm{Ch}\,3\rho}+\ldots\right);\\
\beta &= -\frac{\vartheta(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\chi'_2(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= -\mathcal{B}.\mathrm{Ch}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Ch}\,\rho\cos x}{\mathrm{Ch}(\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Ch}\,3\rho\cos 3x}{\mathrm{Ch}(3\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(3\rho+\alpha)}+\ldots\right],\\
\beta' &= \frac{\vartheta(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\chi''_2(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= \mathcal{B}.\mathrm{Sh}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Ch}\,\rho\sin x}{\mathrm{Ch}(\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Ch}\,3\rho\sin 3x}{\mathrm{Ch}(3\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(3\rho+\alpha)}+\ldots\right];\\
\beta'' &= \frac{\vartheta_3(\alpha i)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\vartheta_1 x}{\vartheta x} = \mathcal{B}.2\left(\frac{\sin x}{\mathrm{Sh}\,\rho}+\frac{\sin 3x}{\mathrm{Sh}\,3\rho}+\ldots\right);
\end{aligned}$$

(*) Les développements des valeurs de α, α', β, β' sont donnés d'une manière incorrecte dans le Mémoire de Jacobi, page 297, formules (3), (4), (5), (6). Dans les numérateurs de ces formules, au lieu de

$$\sqrt{q}(1-q),\quad \sqrt{q^3}(1-q^3),\ldots,\quad \sqrt{q}(1+q),\quad \sqrt{q^3}(1+q^3),\ldots,$$

il faut lire

$$(1-q),\quad (1-q^3),\ldots,\quad (1+q),\quad (1+q^3),\ldots.$$

$$
\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\lambda''(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= \mathfrak{C}.\mathrm{Ch}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Sh}\,2\rho\sin 2x}{\mathrm{Sh}(2\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(2\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho\sin 4x}{\mathrm{Sh}(4\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(4\rho+\alpha)}+\ldots\right],\\
\gamma' &= \frac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\lambda'(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= \mathfrak{C}\left\{\frac{1}{\mathrm{Sh}\,\alpha}-\mathrm{Sh}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Ch}\,2\rho\cos 2x}{\mathrm{Sh}(2\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(2\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Ch}\,4\rho\cos 4x}{\mathrm{Sh}(4\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(4\rho+\alpha)}+\ldots\right]\right\},\\
\gamma'' &= \frac{\vartheta_1(\alpha i)}{i\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\vartheta_3 x}{\vartheta x}=\mathfrak{C}\left[1+2\left(\frac{\cos 2x}{\mathrm{Ch}\,2\rho}+\frac{\cos 4x}{\mathrm{Ch}\,4\rho}+\ldots\right)\right];\\
\omega_x &= \frac{f}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\lambda''_3(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= \frac{\pi}{2K}n.\mathrm{Sh}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Sh}\,2\rho\sin 2x}{\mathrm{Ch}(2\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(2\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Sh}\,4\rho\sin 4x}{\mathrm{Ch}(4\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(4\rho+\alpha)}+\ldots\right],\\
\omega_y &= -\frac{f}{\vartheta_2(\alpha i)}\cdot\frac{\lambda'_3(x,\alpha i)}{\vartheta x}\\
&= -\frac{\pi}{2K}\cdot n\left\{\frac{1}{\mathrm{Ch}\,\alpha}+\mathrm{Ch}\,\alpha\left[\frac{2\,\mathrm{Ch}\,2\rho\cos 2x}{\mathrm{Ch}(2\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(2\rho+\alpha)}+\frac{2\,\mathrm{Ch}\,4\rho\cos 4x}{\mathrm{Ch}(4\rho-\alpha)\,\mathrm{Ch}(4\rho+\alpha)}+\ldots\right]\right\},\\
\omega_z &= \frac{h}{l}.
\end{aligned}
$$

Les vitesses de rotation autour des axes principaux sont

$$p=\frac{l}{A}\alpha'',\qquad q=\frac{l}{B}\beta'',\qquad r=\frac{l}{C}\gamma''.$$

Les angles θ, φ, ψ', qui déterminent à chaque instant les positions des axes principaux, par rapport aux axes fixes, sont donnés par les formules

$$
\begin{aligned}
&\cos\theta=\gamma'',\\
&\mathrm{tang}\,\varphi=-\frac{\vartheta(\alpha i)}{\vartheta_3(\alpha i)}\cdot\frac{\vartheta_2 x}{\vartheta_1 x}=-\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{B}}\left(\cot x-2q\frac{\sin 2x}{\mathrm{Ch}\,2\rho}-2q^2\frac{\sin 4x}{\mathrm{Ch}\,4\rho}-\ldots\right),\\
&\mathrm{tang}\,\psi'=\frac{\gamma}{\gamma'}=\frac{\lambda''(x,\alpha i)}{\lambda'(x,\alpha i)}.
\end{aligned}
$$

Enfin, la vitesse angulaire moyenne Ψ de la droite (x) (Mémoire de Jacobi, p. 305) a pour valeur

$$\Psi=\frac{\pi}{2K}n\left[\frac{C}{A-C}\cdot D_\alpha\log\vartheta_1(\alpha i)-\frac{A}{A-C}\cdot D_\alpha\log\vartheta(\alpha i)\right],$$

ce qui donne la partie non périodique de $\psi'=\psi+\Psi(t-t_0)$;

Voici, par exemple, le calcul numérique de γ :

$\frac{\vartheta_2(0)}{\vartheta_2(\alpha i)}$	$\bar{1},8776$
$2q$	$\bar{2},5352$
$\mathrm{Sh}\,2\alpha$	$0,3617$
(1).........	$\bar{2},7745$
	$\bar{1},88$
$-2q^4$	$-\bar{7},24$
$\mathrm{Sh}\,4\alpha$	$1,06$
(2).........	$-6,18$

Θ	$\bar{1},8159$
$\mathrm{Ch}\,\alpha$	$0,1220$
	$\bar{1},9379$
$2\,\mathrm{Sh}\,2\rho$	$1,7657$
$\frac{1}{\mathrm{Sh}(2\rho-\alpha)}$ ..	$\bar{2},8768$
$\frac{1}{\mathrm{Sh}(2\rho+\alpha)}$ ..	$\bar{2},1942$
(a).........	$\bar{2},7746$

	$\bar{1},938$ (*)
4..........	$0,602$
$-4\mathrm{M}\rho$	$\bar{4},468$
(b).........	$\bar{3},008$
	$0,54$
$-6\mathrm{M}\rho$	$\bar{6},70$
(c).......	$\bar{5},24$
	$0,5$
$-8\mathrm{M}\rho$	$\bar{8},8$
(d)........	$\bar{7},3$

Donc

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{(\bar{2},7745)\sin 2x - (\bar{6},18)\sin 4x + - \ldots}{1 - (\bar{2},5352)\cos 2x + (\bar{7},24)\cos 4x - + \ldots}\\ &= (\bar{2},7746)\sin 2x + (\bar{3},008)\sin 4x + (\bar{5},24)\sin 6x + (\bar{7},3)\sin 8x + \ldots.\end{aligned}$$

On trouvera de même

$$\begin{aligned}\gamma' &= (\bar{1},87761)\,\frac{1 - (\bar{2},9345)\cos 2x + (\bar{6},30)\cos 4x - + \ldots}{1 - (\bar{2},5352)\cos 2x + (\bar{7},24)\cos 4x - + \ldots}\\ &= (\bar{1},87722) - (\bar{2},5916)\cos 2x - (\bar{4},825)\cos 4x\\ &\quad - (\bar{5},06)\cos 6x - (\bar{7},1)\cos 8x - \ldots\end{aligned}$$

On en tire immédiatement

$$\tan\mathrm{g}\,\psi' = \frac{(\bar{2},8969)\sin 2x - (\bar{6},30)\sin 4x + - \ldots}{1 - (\bar{2},9345)\cos 2x + (\bar{6},30)\cos 4x - + \ldots}.$$

Ensuite, au moyen de la Table XIV, qui donne immédiatement les valeurs de $\frac{1}{\mathrm{Ch}\,2\rho}$, $\frac{1}{\mathrm{Ch}\,4\rho}$, etc., on trouve

$$\begin{aligned}\gamma'' = \cos\theta &= (\bar{1},81539)\,\frac{1 + (\bar{2},5352)\cos 2x + (\bar{7},24)\cos 4x + \ldots}{1 - (\bar{2},5352)\cos 2x + (\bar{7},24)\cos 4x - + \ldots}\\ &= (\bar{1},81590) + (\bar{2},6520)\cos 2x + (\bar{4},886)\cos 4x\\ &\quad + (\bar{5},12)\cos 6x + (\bar{7},4)\cos 8x + \ldots,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan\mathrm{g}\,\varphi &= -(\bar{1},92521)\,\frac{\cos x + (\bar{4},468)\cos 3x + \ldots}{\sin x - (\bar{4},468)\sin 3x + - \ldots}\\ &= -(\bar{1},92572)\cot x + (\bar{2},7618)\sin 2x + (\bar{4},996)\sin 4x\\ &\quad + (\bar{5},23)\sin 6x + (\bar{7},5)\sin 8x + \ldots.\end{aligned}$$

(*) Pour une valeur assez grande de u, on a sensiblement

$$\log(2\,\mathrm{Sh}\,u) = \log(2\,\mathrm{Ch}\,u) = \mathrm{M}u,$$

d'où, pour n assez grand,

$$\log\frac{2\,\mathrm{Sh}\,n\rho}{\mathrm{Sh}(n\rho-\alpha)\,\mathrm{Sh}(n\rho+\alpha)} = \mathrm{M}n\rho - [\mathrm{M}(n\rho-\alpha) - \log 2] - [\mathrm{M}(n\rho+\alpha) - \log 2] = \log 4 - \mathrm{M}n\rho,$$

et de même pour les cosinus hyperboliques.

Calculons enfin la vitesse angulaire Ψ, en déterminant $D_\alpha \log \vartheta_1(\alpha i)$, $D_\alpha \log \vartheta(\alpha i)$ par les formules (23) ou (24). On trouve, par les formules (23) :

$\frac{\pi u}{2K}\frac{C}{A-C}\dots$	$\bar{1},54797$	$-\frac{\pi u}{2K}\frac{A}{A-C}\cdot$	$-\bar{1},96294$	(1)	0,53960
$\frac{i}{\vartheta_1(\alpha i)}\cdot\dots$	0,20252	$-\frac{1}{\vartheta(\alpha i)}\dots$	$-0,03906$	(2)........	0,15846
$2q^{\frac{1}{4}}$	$\bar{1},85957$	$4q$........	$\bar{2},83621$	(3)........	$-$ 191
				(4)	1
	$\bar{1},61006$		$\bar{2},83821$		$\Psi = 0,69614$
Ch α	0,12201	Sh 2α	0,36172		$\log \Psi = \bar{1},84270$
(1).........	$\bar{1},73207$	(2).........	1,19993		
	$\bar{1},610$		$\bar{2},838$		
$-3q^2$.....	$-\bar{4},945$	$-2q^3$.....	$-\bar{5},003$		
Ch 3α	0,726	Sh 4α	1,062		
(3)........	$-\bar{3},281$	(4)........	$-\bar{6},903$		

TABLES NUMÉRIQUES.

I. — LOGARITHMES VULGAIRES

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
0	»	000	301	477	602	699	778	845	903	954	
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279	[illegible]
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462	15
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591	11
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690	9
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771	7
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839	6
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898	5
8	903	908	914	919	924	929	934	940	944	949	5
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996	4
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	40
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	37
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	33
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	31
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	29
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	27
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	25
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	24
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	23
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	21
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	17
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	14
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	13
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	12
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
45	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9

Nombres.	Log.	Nombres.	Log.	Nombres.	Log.
$e = 2{,}7183$	0,4343	$\pi = 3{,}1416$	0,4971	R° = 57°,30	1,7581
$M = 0{,}4343$	$\bar{1}{,}6378$	$\frac{2}{\pi} = 0{,}6366$	$\bar{1}{,}8039$	R′ = 3437′,7	3,5363
$\frac{1}{M} = 2{,}3026$	0,3622	$g = 9{,}809$	0,9916	R″ = 206265″	5,3144

OU DÉCIMAUX.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	8
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	8
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	7
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	6
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	6
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4

Nombres.	Log.	Arc.	Sin : Arc.	Tg : Arc.	Arc.	Sin : Arc.	Tg : Arc.
R		q			q		
$1^{\circ}=0,01745$	$\bar{2},2419$	0,00	0,1961	0,1961	0,03	0,1960	0,1964
$1'=0,0^{3}2909$	$\bar{4},4637$	0,01	0,1961	0,1962	0,04	0,1958	0,1967
$1''=0,0^{5}4848$	$\bar{6},6856$	0,02	0,1960	0,1963	0,05	0,1957	0,1970

I. (Suite.) — LOGARITHMES VULGAIRES

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039	4
101	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082	4
102	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124	4
103	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166	4
104	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208	4
105	0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249	4
106	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290	4
107	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330	4
108	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370	4
109	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410	4
110	0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449	4
111	0453	0457	0461	0465	0469	0473	0477	0481	0484	0488	4
112	0492	0496	0500	0504	0508	0512	0515	0519	0523	0527	4
113	0531	0535	0538	0542	0546	0550	0554	0558	0561	0565	4
114	0569	0573	0577	0580	0584	0588	0592	0596	0599	0603	4
115	0607	0611	0615	0618	0622	0626	0630	0633	0637	0641	4
116	0645	0648	0652	0656	0660	0663	0667	0671	0674	0678	4
117	0682	0686	0689	0693	0697	0700	0704	0708	0711	0715	4
118	0719	0722	0726	0730	0734	0737	0741	0745	0748	0752	3
119	0755	0759	0763	0766	0770	0774	0777	0781	0785	0788	4
120	0792	0795	0799	0803	0806	0810	0813	0817	0821	0824	4
121	0828	0831	0835	0839	0842	0846	0849	0853	0856	0860	4
122	0864	0867	0871	0874	0878	0881	0885	0888	0892	0896	3
123	0899	0903	0906	0910	0913	0917	0920	0924	0927	0931	3
124	0934	0938	0941	0945	0948	0952	0955	0959	0962	0966	3
125	0969	0973	0976	0980	0983	0986	0989	0993	0997	1000	4
126	1004	1007	1011	1014	1017	1021	1024	1028	1031	1035	3
127	1038	1041	1045	1048	1052	1055	1059	1062	1065	1069	3
128	1072	1075	1079	1082	1086	1089	1092	1096	1099	1103	3
129	1106	1109	1113	1116	1119	1123	1126	1129	1133	1136	3
130	1139	1143	1146	1149	1153	1156	1159	1163	1166	1169	4
131	1173	1176	1179	1183	1186	1189	1193	1196	1199	1202	4
132	1206	1209	1212	1216	1219	1222	1225	1229	1232	1235	4
133	1239	1242	1245	1248	1252	1255	1258	1261	1265	1268	3
134	1271	1274	1278	1281	1284	1287	1290	1294	1297	1300	3
135	1303	1307	1310	1313	1316	1319	1323	1326	1329	1332	3
136	1335	1339	1342	1345	1348	1351	1355	1358	1361	1364	3
137	1367	1370	1374	1377	1380	1383	1386	1389	1392	1396	3
138	1399	1402	1405	1408	1411	1414	1418	1421	1424	1427	3
139	1430	1433	1436	1440	1443	1446	1449	1452	1455	1458	3
140	1461	1464	1467	1471	1474	1477	1480	1483	1486	1489	3
141	1492	1495	1498	1501	1504	1508	1511	1514	1517	1520	3
142	1523	1526	1529	1532	1535	1538	1541	1544	1547	1550	3
143	1553	1556	1559	1562	1565	1569	1572	1575	1578	1581	3
144	1584	1587	1590	1593	1596	1599	1602	1605	1608	1611	3
145	1614	1617	1620	1623	1626	1629	1632	1635	1638	1641	3
146	1644	1647	1649	1652	1655	1658	1661	1664	1667	1670	3
147	1673	1676	1679	1682	1685	1688	1691	1694	1697	1700	3
148	1703	1706	1708	1711	1714	1717	1720	1723	1726	1729	3
149	1732	1735	1738	1741	1744	1746	1749	1752	1755	1758	3

Nombres.	Log.	Nombres.	Log.	Nombres.	Log.
$e = 2{,}7183$	0,4343	$\pi = 3{,}1416$	0,4971	$R^{o} = 57^{o}{,}30$	1,7581
$M = 0{,}4343$	$\bar{1}{,}6378$	$\frac{2}{\pi} = 0{,}6366$	$\bar{1}{,}8039$	$R' = 3437'{,}7$	3,5363
$\frac{1}{M} = 2{,}3026$	0,3622	$g = 9{,}809$	0,9916	$R'' = 206265''$	5,3144

OU DECIMAUX.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
150	1761	1764	1767	1770	1772	1775	1778	1781	1784	1787	3
151	1790	1793	1796	1798	1801	1804	1807	1810	1813	1816	2
152	1818	1821	1824	1827	1830	1833	1836	1838	1841	1844	3
153	1847	1850	1853	1855	1858	1861	1864	1867	1870	1872	3
154	1875	1878	1881	1884	1886	1889	1892	1895	1898	1901	2
155	1903	1906	1909	1912	1915	1917	1920	1923	1926	1928	3
156	1931	1934	1937	1940	1942	1945	1948	1951	1953	1956	3
157	1959	1962	1965	1967	1970	1973	1976	1978	1981	1984	3
158	1987	1989	1992	1995	1998	2000	2003	2006	2009	2011	3
159	2014	2017	2019	2022	2025	2028	2030	2033	2036	2038	3
160	2041	2044	2047	2049	2052	2055	2057	2060	2063	2066	2
161	2068	2071	2074	2076	2079	2082	2084	2087	2090	2092	3
162	2095	2098	2101	2103	2106	2109	2111	2114	2117	2119	3
163	2122	2125	2127	2130	2133	2135	2138	2140	2143	2146	2
164	2148	2151	2154	2156	2159	2162	2164	2167	2170	2172	3
165	2175	2177	2180	2183	2185	2188	2191	2193	2196	2198	3
166	2201	2204	2206	2209	2212	2214	2217	2219	2222	2225	2
167	2227	2230	2232	2235	2238	2240	2243	2245	2248	2251	2
168	2253	2256	2258	2261	2263	2266	2269	2271	2274	2276	3
169	2279	2281	2284	2287	2289	2292	2294	2297	2299	2302	2
170	2304	2307	2310	2312	2315	2317	2320	2322	2325	2327	3
171	2330	2333	2335	2338	2340	2343	2345	2348	2350	2353	2
172	2355	2358	2360	2363	2365	2368	2370	2373	2375	2378	2
173	2380	2383	2385	2388	2390	2393	2395	2398	2400	2403	2
174	2405	2408	2410	2413	2415	2418	2420	2423	2425	2428	2
175	2430	2433	2435	2438	2440	2443	2445	2448	2450	2453	2
176	2455	2458	2460	2463	2465	2467	2470	2472	2475	2477	3
177	2480	2482	2485	2487	2490	2492	2494	2497	2499	2502	2
178	2504	2507	2509	2512	2514	2516	2519	2521	2524	2526	3
179	2529	2531	2533	2536	2538	2541	2543	2545	2548	2550	3
180	2553	2555	2558	2560	2562	2565	2567	2570	2572	2574	3
181	2577	2579	2582	2584	2586	2589	2591	2594	2596	2598	3
182	2601	2603	2605	2608	2610	2613	2615	2617	2620	2622	3
183	2625	2627	2629	2632	2634	2636	2639	2641	2643	2646	2
184	2648	2651	2653	2655	2658	2660	2662	2665	2667	2669	3
185	2672	2674	2676	2679	2681	2683	2686	2688	2690	2693	2
186	2695	2697	2700	2702	2704	2707	2709	2711	2714	2716	2
187	2718	2721	2723	2725	2728	2730	2732	2735	2737	2739	3
188	2742	2744	2746	2749	2751	2753	2755	2758	2760	2762	3
189	2765	2767	2769	2772	2774	2776	2778	2781	2783	2785	3
190	2788	2790	2792	2794	2797	2799	2801	2804	2806	2808	2
191	2810	2813	2815	2817	2819	2822	2824	2826	2828	2831	2
192	2833	2835	2838	2840	2842	2844	2847	2849	2851	2853	3
193	2856	2858	2860	2862	2865	2867	2869	2871	2874	2876	2
194	2878	2880	2882	2885	2887	2889	2891	2894	2896	2898	2
195	2900	2903	2905	2907	2909	2911	2914	2916	2918	2920	3
196	2923	2925	2927	2929	2931	2934	2936	2938	2940	2942	3
197	2945	2947	2949	2951	2953	2956	2958	2960	2962	2964	3
198	2967	2969	2971	2973	2975	2978	2980	2982	2984	2986	3
199	2989	2991	2993	2995	2997	2999	3002	3004	3006	3008	2

Nombres.	Log.	Arc.	Sin : Arc.	Tg : Arc.	Arc.	Sin : Arc.	Tg : Arc.
R		q			q		
$1^{\circ}=0,01745$	$\bar{2},2419$	0,00	0,1961	0,1961	0,03	0,1960	0,1964
$1'=0,0^{3}2909$	$\bar{4},4637$	0,01	0,1961	0,1962	0,04	0,1958	0,1967
$1''=0,0^{5}4848$	$\bar{6},6856$	0,02	0,1960	0,1963	0,05	0,1957	0,1970

II. — ANTILOGARITHMES.

L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	2
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	2
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	3
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	2
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	3
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	2
06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	3
07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	3
08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	3
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	3
10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	3
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	3
12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	3
13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	3
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	4
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	3
16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	3
17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	4
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	4
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	4
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	4
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	4
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	4
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	4
24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	4
25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	4
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	4
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	4
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	5
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	4
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	5
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	5
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	5
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	5
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	5
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	5
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	5
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	6
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	6
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	6
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	6
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	6
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	7
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	6
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	6
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	7
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	7
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	7
48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	7
49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	7
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	8
L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.

ANTILOGARITHMES.

L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	8
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	7
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	7
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	8
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	8
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	9
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	8
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	9
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	8
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	9
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	10
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	10
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	10
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	10
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	10
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	11
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	10
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	11
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	11
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	12
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	12
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	12
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	12
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	12
74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	13
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	13
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	13
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	14
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	14
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	15
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	15
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	15
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	16
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	16
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	16
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	16
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	17
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	18
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	17
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	18
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	18
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	19
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	19
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	20
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	21
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	21
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	22
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	22
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	22
99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	23
00	10000	10023	10046	10069	10093	10116	10139	10162	10186	10209	24
L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.

III. — LOGARITHMES D'ADDITION

Log $(1 + x)$.

Log x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{5}$,	0,00 000	001	001	001	001	001	002	002	003	003	1
$\bar{4}$,	004	005	007	009	011	014	017	022	027	034	9
$\bar{3}$, 0	0,00 043	044	045	047	048	049	050	051	052	053	2
1	055	056	057	059	060	061	063	064	066	067	2
2	069	070	072	074	075	077	079	081	083	085	2
3	087	089	091	093	095	097	099	102	104	106	3
4	109	111	114	117	119	122	125	128	131	134	3
$\bar{3}$, 5	0,00 137	140	144	147	150	154	157	161	165	169	4
6	173	177	181	185	189	194	198	203	207	212	5
7	217	222	227	233	238	244	249	255	261	267	6
8	273	280	286	293	299	306	313	321	328	336	8
9	344	352	360	368	377	385	394	403	413	422	10
$\bar{2}$, 0	0,0 0432	0442	0452	0463	0474	0485	0496	0507	0519	0531	12
1	0543	0556	0569	0582	0595	0609	0623	0638	0652	0667	16
2	0683	0699	0715	0731	0748	0766	0783	0801	0820	0839	19
3	0858	0878	0898	0919	0940	0962	0984	1006	1030	1053	24
4	1077	1102	1128	1153	1180	1207	1235	1263	1292	1322	30
$\bar{2}$, 5	0,0 1352	1383	1415	1447	1480	1514	1549	1584	1621	1658	37
6	1695	1734	1774	1814	1856	1898	1941	1985	2030	2077	47
7	2124	2172	2221	2272	2323	2376	2430	2485	2541	2599	58
8	2657	2717	2779	2841	2905	2971	3037	3106	3175	3247	73
9	3320	3394	3470	3548	3627	3708	3790	3875	3961	4049	90
$\bar{1}$,00	0,0 4139	4148	4157	4167	4176	4185	4194	4203	4213	4222	9
01	4231	4240	4250	4259	4268	4278	4287	4297	4306	4315	10
02	4325	4334	4344	4353	4363	4373	4382	4392	4401	4411	10
03	4421	4430	4440	4450	4460	4469	4479	4489	4499	4509	10
04	4519	4528	4538	4548	4558	4568	4578	4588	4598	4608	10
$\bar{1}$,05	0,0 4618	4628	4639	4649	4659	4669	4679	4689	4700	4710	10
06	4720	4731	4741	4751	4762	4772	4782	4793	4803	4814	10
07	4824	4835	4845	4856	4867	4877	4888	4898	4909	4920	11
08	4931	4941	4952	4963	4974	4985	4995	5006	5017	5028	11
09	5039	5050	5061	5072	5083	5094	5105	5116	5127	5139	11
$\bar{1}$,10	0,0 5150	5161	5172	5183	5195	5206	5217	5229	5240	5251	12
11	5263	5274	5286	5297	5308	5320	5332	5343	5355	5366	12
12	5378	5390	5401	5413	5425	5436	5448	5460	5472	5484	12
13	5496	5508	5519	5531	5543	5555	5567	5579	5591	5604	12
14	5616	5628	5640	5652	5664	5677	5689	5701	5714	5726	12
$\bar{1}$.15	0,0 5738	5751	5763	5775	5788	5800	5813	5825	5838	5851	12
16	5863	5876	5889	5901	5914	5927	5939	5952	5965	5978	13
17	5991	6004	6017	6030	6043	6056	6069	6082	6095	6108	13
18	6121	6134	6147	6161	6174	6187	6200	6214	6227	6240	13
19	6254	6267	6281	6294	6308	6321	6335	6348	6362	6376	13
$\bar{1}$.20	0,0 6389	6403	6417	6430	6444	6458	6472	6486	6500	6513	14
21	6527	6541	6555	6569	6583	6597	6612	6626	6640	6654	14
22	6668	6683	6697	6711	6725	6740	6754	6769	6783	6798	14
23	6812	6827	6841	6856	6870	6885	6900	6914	6929	6944	15
24	6959	6973	6988	7003	7018	7033	7048	7063	7078	7093	15
$\bar{1}$,25	0,0 7108	7123	7138	7154	7169	7184	7199	7215	7230	7245	16
26	7261	7276	7291	7307	7322	7338	7354	7369	7385	7400	16
27	7416	7432	7448	7463	7479	7495	7511	7527	7543	7559	16
28	7575	7591	7607	7623	7639	7655	7671	7687	7704	7720	16
29	7736	7753	7769	7785	7802	7818	7835	7851	7868	7884	17
$\bar{1}$.30	0,0 7901	7918	7934	7951	7968	7985	8001	8018	8035	8052	17
31	[illegible]	8086	8103	8120	8137	8154	8171	8188	8206	8223	17
32	8240	8257	8275	8292	8309	8327	8344	8362	8379	8397	18
33	8415	8432	[illegible]	8468	8485	8503	8521	8539	8557	8574	18
34	[illegible]	8610	[illegible]	8646	8664	8683	8701	8719	8737	8755	19
$\bar{1}$.35	0,0 8774	8792	8810	8829	8847	8865	8884	8902	8921	8940	18
36	[illegible]	8977	8996	9014	9033	9052	9071	9090	9108	9127	19
37	9146	9165	9184	9204	9223	9242	9261	9280	9299	9319	19
38	9338	9357	9377	9396	9416	9435	9455	9474	9494	9514	19
39	[illegible]	9553	9573	9593	9612	[illegible]	[illegible]	9672	9692	9712	20
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

ET DE SOUSTRACTION.

$$\text{Log}\left(\frac{1}{1-x}\right).$$

Log x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{5}$,	0,00 000	001	001	001	001	001	002	002	003	003	1
$\bar{4}$,	004	005	007	009	011	014	017	022	027	035	8
$\bar{3}$, 0	0,00 043	044	046	047	048	049	050	051	052	053	2
1	055	056	057	059	060	061	063	064	066	067	2
2	069	070	072	074	076	077	079	081	083	085	2
3	087	089	091	093	095	097	100	102	104	107	2
4	109	112	114	117	120	123	125	128	131	134	4
$\bar{3}$, 5	0,00 138	141	144	147	151	154	158	162	165	169	4
6	173	177	181	186	190	194	199	204	208	213	5
7	218	223	229	234	239	245	251	256	262	269	6
8	275	281	288	295	302	309	316	323	331	338	8
9	346	354	363	371	380	389	398	407	417	426	10
$\bar{2}$, 0	0.0 0436	0447	0457	0468	0479	0490	0502	0513	0525	0538	12
1	0550	0563	0576	0590	0604	0618	0632	0647	0662	0678	16
2	0694	0710	0727	0744	0761	0779	0798	0816	0836	0855	20
3	0875	0896	0917	0939	0961	0983	1006	1030	1054	1079	26
4	1105	1131	1158	1185	1213	1242	1271	1301	1332	1363	33
$\bar{2}$, 5	0,0 1396	1429	1462	1497	1533	1569	1606	1644	1683	1723	41
6	1764	1806	1849	1893	1938	1985	2032	2080	2130	2181	52
7	2233	2286	2341	2397	2455	2514	2574	2636	2699	2764	66
8	2830	2899	2969	3040	3114	3189	3266	3345	3426	3509	85
9	3594	3682	3771	3863	3958	4054	4153	4255	4359	4466	110
$\bar{1}$,00	0,0 4576	4587	4598	4609	4620	4632	4643	4654	4666	4677	11
01	4688	4700	4711	4723	4734	4746	4757	4769	4780	4792	12
02	4804	4815	4827	4839	4851	4863	4874	4886	4898	4910	12
03	4922	4934	4946	4958	4970	4983	4995	5007	5019	5032	12
04	5044	5056	5069	5081	5093	5106	5118	5131	5143	5156	13
$\bar{1}$,05	0,0 5169	5181	5194	5207	5219	5232	5245	5258	5271	5284	13
06	5297	5310	5323	5336	5349	5362	5375	5388	5401	5415	13
07	5428	5441	5455	5468	5482	5495	5509	5522	5536	5549	14
08	5563	5577	5590	5604	5618	5632	5646	5659	5673	5687	14
09	5701	5715	5730	5744	5758	5772	5786	5800	5815	5829	15
$\bar{1}$,10	0,0 5844	5858	5872	5887	5901	5916	5931	5945	5960	5975	14
11	5989	6004	6019	6034	6049	6064	6079	6094	6109	6124	15
12	6139	6155	6170	6185	6200	6216	6231	6247	6262	6278	15
13	6293	6309	6324	6340	6356	6372	6387	6403	6419	6435	16
14	6451	6467	6483	6499	6516	6532	6548	6564	6581	6597	17
$\bar{1}$,15	0,0 6614	6630	6647	6663	6680	6696	6713	6730	6747	6763	17
16	6780	6797	6814	6831	6848	6865	6882	6900	6917	6934	17
17	6951	6969	6986	7004	7021	7039	7056	7074	7092	7110	17
18	7127	7145	7163	7181	7199	7217	7235	7253	7272	7290	18
19	7308	7327	7345	7363	7382	7401	7419	7438	7456	7475	19
$\bar{1}$,20	0,0 7494	7513	7532	7551	7570	7589	7608	7627	7646	7666	19
21	7685	7704	7724	7743	7763	7782	7802	7822	7842	7861	20
22	7881	7901	7921	7941	7961	7981	8002	8022	8042	8063	20
23	8083	8103	8124	8145	8165	8186	8207	8228	8248	8269	21
24	8290	8311	8333	8354	8375	8396	8418	8439	8461	8482	22
$\bar{1}$,25	0,0 8504	8525	8547	8569	8591	8613	8635	8657	8679	8701	22
26	8723	8745	8768	8790	8813	8835	8858	8880	8903	8926	23
27	8949	8972	8995	9018	9041	9064	9087	9110	9134	9157	24
28	9181	9204	9228	9252	9275	9299	9323	9347	9371	9395	24
29	9420	9444	9468	9493	9517	9542	9566	9591	9616	9640	24
$\bar{1}$,30	0,0 9665	9690	9715	9740	9766	9791	9816	9842	9867	9893	25
31	9918	9944	9970	9995	*0021	*0047	*0073	*0100	*0126	*0152	26
32	0,1 0178	0205	0231	0258	0285	0312	0338	0365	0392	0419	27
33	0446	0474	0501	0528	0556	0583	0611	0639	0667	0694	28
34	0722	0750	0779	0807	0835	0864	0892	0921	0949	0978	29
$\bar{1}$,35	0,1 1007	1036	1065	1094	1123	1152	1181	1211	1240	1270	29
36	1299	1329	1359	1389	1419	1449	1479	1510	1540	1571	30
37	1601	1632	1663	1693	1724	1755	1786	1818	1849	1880	32
38	1912	1944	1975	2007	2039	2071	2103	2135	2168	2200	32
39	2232	2265	2298	2330	2363	2396	2429	2463	2496	2529	33
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

III. (Suite.) — LOGARITHMES D'ADDITION

Log (1 + x).

Log x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{1}$,40	0,0	9732	9752	9773	9793	9813	9833	9853	9874	9894	9914	21
41		9935	9955	9976	9996	*0017	*0038	*0058	*0079	*0100	*0120	21
42	0,1	0141	0162	0183	0204	0225	0246	0267	0288	0309	0330	21
43		0351	0373	0394	0415	0437	0458	0479	0501	0522	0544	21
44		0565	0587	0609	0630	0652	0674	0696	0718	0739	0761	22
$\bar{1}$,45	0,1	0783	0805	0827	0849	0872	0894	0916	0938	0960	0983	22
46		1005	1028	1050	1073	1095	1118	1140	1163	1186	1208	23
47		1231	1254	1277	1300	1323	1345	1368	1392	1415	1438	23
48		1461	1484	1507	1531	1554	1577	1601	1624	1648	1671	24
49		1695	1719	1742	1766	1790	1814	1837	1861	1885	1909	24
$\bar{1}$,50	0,1	1933	1957	1981	2005	2030	2054	2078	2102	2127	2151	24
51		2175	2200	2224	2249	2274	2298	2323	2348	2372	2397	25
52		2422	2447	2472	2497	2522	2547	2572	2597	2622	2648	25
53		2673	2698	2724	2749	2775	2800	2826	2851	2877	2903	25
54		2928	2954	2980	3006	3032	3058	3084	3110	3136	3162	26
$\bar{1}$,55	0,1	3188	3214	3240	3267	3293	3319	3346	3372	3399	3425	27
56		3452	3479	3505	3532	3559	3586	3613	3640	3667	3694	27
57		3721	3748	3775	3802	3829	3857	3884	3911	3939	3966	28
58		3994	4021	4049	4077	4104	4132	4160	4188	4216	4244	28
59		4272	4300	4328	4356	4384	4412	4441	4469	4497	4526	28
$\bar{1}$,60	0,1	4554	4583	4611	4640	4668	4697	4726	4755	4783	4812	29
61		4841	4870	4899	4928	4957	4986	5016	5045	5074	5104	29
62		5133	5162	5192	5221	5251	5281	5310	5340	5370	5400	30
63		5430	5460	5489	5520	5550	5580	5610	5640	5670	5701	30
64		5731	5761	5792	5822	5853	5884	5914	5945	5976	6007	30
$\bar{1}$,65	0,1	6037	6068	6099	6130	6161	6192	6224	6255	6286	6317	32
66		6349	6380	6411	6443	6474	6506	6538	6569	6601	6633	32
67		6665	6697	6729	6761	6793	6825	6857	6889	6921	6954	32
68		6986	7018	7051	7083	7116	7148	7181	7214	7247	7279	33
69		7312	7345	7378	7411	7444	7477	7510	7544	7577	7610	33
$\bar{1}$,70	0,1	7643	7677	7710	7744	7777	7811	7845	7878	7912	7946	34
71		7980	8014	8048	8082	8116	8150	8184	8218	8253	8287	35
72		8322	8356	8390	8425	8460	8494	8529	8564	8599	8633	35
73		8668	8703	8738	8773	8808	8844	8879	8914	8949	8985	35
74		9020	9056	9091	9127	9163	9198	9234	9270	9306	9342	36
$\bar{1}$,75	0,1	9378	9414	9450	9486	9522	9558	9595	9631	9667	9704	36
76		9740	9777	9813	9850	9887	9923	9960	9997	*0034	*0071	37
77	0,2	0108	0145	0182	0220	0257	0294	0331	0369	0406	0444	37
78		0481	0519	0557	0594	0632	0670	0708	0746	0784	0822	38
79		0860	0898	0937	0975	1013	1052	1090	1128	1167	1206	38
$\bar{1}$,80	0,2	1244	1283	1322	1361	1399	1438	1477	1516	1556	1595	39
81		1634	1673	1712	1752	1791	1831	1870	1910	1949	1989	40
82		2029	2069	2109	2149	2189	2229	2269	2309	2349	2389	41
83		2430	2470	2510	2551	2591	2632	2673	2713	2754	2795	41
84		2836	2877	2918	2959	3000	3041	3082	3123	3165	3206	41
$\bar{1}$,85	0,2	3247	3289	3330	3372	3414	3455	3497	3539	3581	3623	42
86		3665	3707	3749	3791	3833	3875	3918	3960	4003	4045	43
87		4088	4130	4173	4216	4258	4301	4344	4387	4430	4473	43
88		4516	4559	4603	4646	4689	4733	4776	4819	4863	4907	43
89		4950	4994	5038	5082	5126	5170	5214	5258	5302	5346	44
$\bar{1}$,90	0,2	5390	5434	5479	5523	5568	5612	5657	5701	5746	5791	45
91		5836	5881	5926	5970	6016	6061	6106	6151	6196	6242	45
92		6287	6332	6378	6423	6469	6515	6560	6606	6652	6698	46
93		6744	6790	6836	6882	6928	6974	7021	7067	7114	7160	47
94		7207	7253	7300	7346	7393	7440	7487	7534	7581	7628	47
$\bar{1}$,95	0,2	7675	7722	7769	7817	7864	7911	7959	8006	8054	8101	48
96		8149	8197	8245	8292	8340	8388	8436	8484	8532	8581	48
97		8629	8677	8726	8774	8822	8871	8920	8968	9017	9066	49
98		9115	9163	9212	9261	9310	9359	9409	9458	9507	9556	50
99		9605	9655	9705	9754	9804	9854	9903	9953	*0003	*0053	50
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

ET DE SOUSTRACTION.

$$\text{Log}\left(\frac{1}{1-x}\right).$$

Log x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{1}$,40	0,1	2563	2596	2630	2664	2698	2732	2766	2800	2834	2869	34
41		2903	2938	2973	3008	3043	3078	3113	3148	3184	3219	35
42		3255	3291	3326	3362	3398	3435	3471	3507	3544	3581	36
43		3617	3654	3691	3728	3766	3803	3840	3878	3916	3954	38
44		3992	4030	4068	4106	4145	4183	4222	4261	4300	4339	39
$\bar{1}$,45	0,1	4378	4417	4457	4496	4536	4576	4616	4656	4696	4736	41
46		4777	4817	4858	4899	4940	4981	5022	5064	5105	5147	42
47		5189	5230	5273	5315	5357	5400	5442	5485	5528	5571	43
48		5614	5657	5701	5745	5788	5832	5876	5921	5965	6009	45
49		6054	6099	6144	6189	6234	6280	6325	6371	6417	6463	46
$\bar{1}$,50	0,1	6509	6555	6602	6648	6695	6742	6789	6836	6884	6931	48
51		6979	7027	7075	7123	7172	7220	7269	7318	7367	7416	50
52		7466	7515	7565	7615	7665	7716	7766	7817	7867	7918	52
53		7970	8021	8072	8124	8176	8228	8280	8333	8385	8438	53
54		8491	8544	8598	8651	8705	8759	8813	8867	8922	8977	54
$\bar{1}$,55	0,1	9031	9087	9142	9197	9253	9309	9365	9421	9478	9534	57
56	0,1	9591	9648	9706	9763	9821	9879	9937	9996	*0054	*0113	59
57	0,2	0172	0231	0291	0350	0410	0470	0531	0591	0652	0713	61
58		0774	0836	0897	0959	1021	1084	1146	1209	1272	1336	63
59		1399	1463	1527	1591	1656	1721	1786	1851	1916	1982	66
$\bar{1}$.60	0,2	2048	2114	2181	2248	2315	2382	2450	2517	2585	2654	68
61		2722	2791	2860	2930	3000	3069	3140	3210	3281	3352	71
62		3423	3495	3567	3639	3712	3784	3857	3931	4004	4078	73
63		4153	4227	4302	4377	4453	4528	4604	4681	4758	4835	77
64		4912	4989	5067	5146	5224	5303	5382	5462	5542	5622	81
$\bar{1}$,65	0,2	5703	5784	5865	5946	6028	6111	6193	6276	6359	6443	84
66		6527	6611	6696	6781	6867	6953	7039	7125	7212	7300	87
67		7387	7475	7564	7653	7742	7831	7921	8012	8103	8194	91
68		8285	8377	8470	8563	8656	8750	8844	8938	9033	9128	95
69	0,2	9224	9320	9417	9514	9612	9710	9808	9907	*0006	*0106	100
$\bar{1}$.70	0,3	0206	0307	0408	0510	0612	0714	0818	0921	1025	1130	105
71		1235	1340	1446	1553	1660	1767	1876	1984	2093	2203	110
72		2313	2424	2535	2647	2759	2872	2985	3099	3214	3329	116
73		3445	3561	3678	3795	3914	4032	4151	4271	4392	4513	121
74		4634	4757	4880	5003	5127	5252	5378	5504	5631	5758	128
$\bar{1}$,75	0,3	5886	6015	6145	6275	6406	6537	6670	6803	6936	7071	135
76		7206	7342	7479	7616	7754	7893	8033	8173	8314	8456	143
77	0,3	8599	8743	8887	9033	9179	9326	9473	9622	9771	*9922	151
78	0,4	0073	0225	0378	0532	0686	0842	0999	1156	1315	1474	160
79		1634	1796	1958	2121	2285	2451	2617	2784	2953	3122	170
$\bar{1}$.80	0,4	3292	3464	3636	3810	3985	4161	4338	4516	4695	4876	181
81		5057	5240	5424	5609	5796	5983	6172	6362	6554	6747	194
82		6941	7136	7333	7531	7730	7931	8133	8337	8542	8749	208
83	0,4	8957	9166	9377	9590	9804	*0019	*0236	*0455	*0675	*0897	224
84	0,5	1121	1346	1573	1802	2033	2265	2499	2735	2973	3212	242
$\bar{1}$,85	0,5	3454	3697	3942	4190	4439	4690	4943	5199	5456	5716	262
86		5978	6242	6508	6776	7047	7320	7596	7874	8154	8437	285
87	0,5	8722	9010	9300	9593	9889	*0188	*0489	*0793	*1100	*1410	312
88	0,6	1722	2038	2357	2679	3004	3332	3663	3998	4336	4678	343
89		5023	5372	5724	6080	6440	6804	7171	7543	7919	8298	385
$\bar{1}$,90	0,6	8683	9071	9464	9861	*0263	*0670	*1081	*1497	*1918	*2345	431
91	0,7	2776	3213	3656	4104	4558	5017	5483	5955	6433	6917	491
92		7408	7906	8411	8922	9442	9968	*0503	*1045	*1595	*2154	568
93	0,8	2722	3298	3883	4478	5082	5697	6321	6956	7602	8260	663
94		8929	9610	*0303	*1010	*1730	*2463	*3211	*3974	*4752	*5546	811
$\bar{1}$,95	0,	9636	9719	9803	9890	9978	*0069	*0161	*0256	*0354	*0453	103
96	1,	0556	0661	0769	0880	0994	1111	1232	1357	1485	1618	128
97		1756	1898	2046	2199	2357	2523	2695	2875	3063	3260	207
98		3467	3685	3915	4158	4416	4692	4986	5303	5646	6019	369
$\bar{1}$,99		6428	6880	7387	7962	8626	9413	*0377	*1622	*3378	*6383	»
$\bar{1}$,999		2,638	2,684	2,735	2,793	2,860	2,939	3,036	3,161	3,337	3,638	
$\bar{1}$,9999		3,638	3,684	3,735	3,793	3,860	3,939	4,036	4,161	4,337	4,638	
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

IV. — $y = \dfrac{1+x}{1-x}$, $\qquad x = \dfrac{y-1}{y+1}$.

Log x.	Log y. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{5}$.	0,00 001	001	001	002	002	003	003	004	005	007	2
$\bar{4}$.	009	011	014	017	022	027	035	044	055	069	18
$\bar{3}$, 0	0,00 087	089	091	093	095	097	100	102	104	107	2
1	109	112	115	117	120	123	126	128	131	135	3
2	138	141	144	148	151	154	158	162	166	169	4
3	173	177	181	186	190	194	199	204	208	213	5
4	218	223	228	234	239	245	251	256	262	268	7
$\bar{3}$. 5	0,00 275	281	288	294	301	308	315	323	330	338	8
6	346	354	362	371	379	388	397	406	416	425	10
7	435	445	455	466	477	488	500	511	523	536	12
8	548	561	574	587	601	615	629	644	659	674	16
9	690	706	722	739	757	774	792	811	830	849	20
$\bar{2}$. 0	0,0 0869	0889	0910	0931	0952	0975	0997	1021	1044	1069	25
1	1094	1119	1145	1172	1199	1227	1256	1285	1315	1345	32
2	1377	1409	1442	1475	1510	1545	1581	1618	1655	1694	39
3	1733	1774	1815	1857	1901	1945	1990	2037	2084	2133	49
4	2183	2234	2285	2338	2393	2449	2506	2564	2624	2685	63
$\bar{2}$, 5	0,0 2748	2812	2877	2944	3013	3083	3155	3229	3304	3381	79
6	3460	3540	3623	3707	3794	3882	3973	4066	4161	4258	99
7	4357	4459	4563	4669	4778	4890	5004	5121	5240	5362	126
8	5488	5616	5747	5881	6019	6159	6303	6451	6602	6756	158
9	6914	7076	7241	7411	7584	7762	7944	8130	8320	8515	200
$\bar{1}$.00	0,0 8715	8735	8756	8776	8796	8817	8837	8858	8878	8899	20
01	8919	8940	8961	8982	9003	9023	9044	9065	9086	9108	21
02	9129	9150	9171	9192	9214	9235	9257	9278	9300	9321	22
03	9343	9365	9386	9408	9430	9452	9474	9496	9518	9540	22
04	9562	9585	9607	9629	9652	9674	9696	9719	9742	9764	23
$\bar{1}$.05	0,0 9787	9810	9832	9855	9878	9901	9924	9947	9970	9994	23
06	0,1 0017	0040	0064	0087	0110	0134	0158	0181	0205	0229	23
07	0252	0276	0300	0324	0348	0372	0396	0421	0445	0469	24
08	0493	0518	0542	0567	0592	0616	0641	0666	0691	0715	25
09	0740	0765	0790	0816	0841	0866	0891	0917	0942	0968	25
$\bar{1}$.10	0,1 0993	1019	1045	1070	1096	1122	1148	1174	1200	1226	26
11	1252	1278	1305	1331	1357	1384	1410	1437	1464	1490	27
12	1517	1544	1571	1598	1625	1652	1679	1707	1734	1761	28
13	1789	1816	1844	1872	1899	1927	1955	1983	2011	2039	28
14	2067	2095	2123	2152	2180	2208	2237	2266	2294	2323	29
$\bar{1}$,15	0,1 2352	2381	2410	2439	2468	2497	2526	2555	2585	2614	29
16	2643	2673	2703	2732	2762	2792	2822	2852	2882	2912	30
17	2942	2973	3003	3033	3064	3094	3125	3156	3187	3217	31
18	3248	3279	3311	3342	3373	3404	3436	3467	3499	3530	32
19	3562	3594	3626	3658	3690	3722	3754	3786	3818	3851	32
$\bar{1}$.20	0,1 3883	3916	3948	3981	4014	4047	4080	4113	4146	4179	33
21	4212	4246	4279	4313	4346	4380	4414	4448	4481	4515	35
22	4550	4584	4618	4652	4687	4721	4756	4791	4825	4860	35
23	4895	4930	4965	5000	5036	5071	5106	5142	5178	5213	36
24	5249	5285	5321	5357	5393	5429	5466	5502	5539	5575	37
$\bar{1}$,25	0,1 5612	5649	5686	5723	5760	5797	5834	5871	5909	5946	38
26	5984	6021	6059	6097	6135	6173	6211	6249	6288	6326	39
27	6365	6403	6442	6481	6520	6559	6598	6637	6677	6716	39
28	6755	6795	6835	6874	6914	6954	6994	7035	7075	7115	41
29	7156	7196	7237	7278	7319	7360	7401	7442	7483	7525	41
$\bar{1}$.30	0,1 7566	7608	7650	7691	7733	7775	7817	7860	7902	7945	42
31	7987	8030	8073	8115	8158	8201	8244	8288	8331	8375	44
32	8419	8463	8506	8550	8594	8638	8683	8727	8772	8816	45
33	8861	8906	8951	8996	9041	9087	9132	9178	9223	9269	46
34	9315	9361	9407	9453	9500	9546	9593	9639	9686	9733	47
$\bar{1}$.35	0,1 9780	9827	9875	9922	9970	*0017	*0065	*0113	*0161	*0209	49
36	0,2 0258	0306	0355	0403	0452	0501	0550	0599	0649	0698	50
37	0748	0797	0847	0897	0947	0997	1047	1098	1149	1199	51
38	1250	1301	1352	1403	1455	1506	1558	1610	1662	1714	52
39	1766	1818	1871	1923	1976	2029	2082	2135	2188	2241	54
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

$$y = \frac{1+x}{1-x}, \qquad x = \frac{y-1}{y+1}.$$

Log x.	Log y. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
$\bar{1}$,40	0,2 2295	2349	2403	2457	2511	2565	2619	2674	2729	2784	55
41	2838	2893	2949	3004	3060	3115	3171	3227	3283	3340	56
42	3396	3453	3509	3566	3623	3681	3738	3795	3853	3911	58
43	3969	4027	4085	4144	4202	4261	4320	4379	4438	4497	60
44	4557	4617	4676	4736	4797	4857	4917	4978	5039	5100	61
$\bar{1}$,45	0,2 5161	5222	5284	5346	5407	5469	5531	5594	5656	5719	63
46	5782	5845	5908	5971	6035	6098	6162	6226	6291	6355	65
47	6420	6484	6549	6614	6680	6745	6811	6877	6943	7009	66
48	7075	7142	7208	7275	7342	7410	7477	7545	7613	7681	68
49	7749	7817	7886	7955	8024	8093	8162	8232	8302	8372	70
$\bar{1}$,50	0,2 8441	8512	8583	8654	8725	8796	8867	8939	9011	9083	72
51	9155	9227	9300	9372	9446	9519	9592	9666	9740	9814	74
52	0,2 9888	9962	*0037	*0112	*0187	*0263	*0338	*0414	*0490	*0566	77
53	0,3 0643	0719	0796	0873	0951	1028	1106	1184	1262	1341	78
54	1419	1498	1578	1657	1737	1816	1897	1977	2058	2138	81
$\bar{1}$,55	0,3 2219	2301	2382	2464	2546	2628	2711	2794	2877	2960	83
56	3043	3127	3211	3296	3380	3465	3550	3635	3721	3807	86
57	3893	3979	4066	4152	4240	4327	4415	4503	4591	4679	89
58	4768	4857	4946	5036	5126	5216	5306	5397	5488	5579	92
59	5671	5763	5855	5947	6040	6133	6226	6320	6413	6508	94
$\bar{1}$,60	0,3 6602	6697	6792	6887	6983	7079	7175	7272	7369	7466	98
61	7564	7661	7760	7858	7957	8056	8155	8255	8355	8456	100
62	8556	8657	8759	8861	8963	9065	9168	9271	9374	9478	104
63	0,3 9582	9687	9792	9897	*0002	*0108	*0214	*0321	*0428	*0535	106
64	0,4 0643	0751	0859	0968	1077	1187	1297	1407	1518	1629	111
$\bar{1}$,65	0,4 1740	1852	1964	2077	2190	2303	2417	2531	2645	2760	116
66	2876	2991	3108	3224	3341	3459	3576	3695	3813	3932	120
67	4052	4172	4292	4413	4534	4656	4778	4901	5024	5147	124
68	5271	5396	5521	5646	5772	5898	6025	6152	6280	6408	128
69	6536	6665	6795	6925	7056	7187	7318	7450	7583	7716	134
$\bar{1}$,70	0,4 7850	7984	8118	8254	8389	8526	8662	8800	8937	9076	139
71	0,4 9215	9354	9494	9635	9776	9918	*0060	*0203	*0346	*0490	145
72	0,5 0635	0780	0925	1072	1219	1366	1514	1663	1813	1963	150
73	2113	2264	2416	2569	2722	2876	3030	3185	3341	3498	157
74	3655	3813	3971	4130	4290	4451	4612	4774	4937	5100	164
$\bar{1}$,75	0,5 5264	5429	5594	5761	5928	6096	6264	6434	6604	6775	171
76	6946	7119	7292	7466	7641	7817	7993	8170	8349	8528	179
77	0,5 8707	8888	9070	9252	9435	9620	9805	9991	*0178	*0365	189
78	0,6 0554	0744	0935	1126	1319	1512	1707	1902	2098	2296	198
79	2494	2694	2894	3096	3298	3502	3707	3913	4120	4328	209
$\bar{1}$,80	0,6 4537	4747	4958	5171	5384	5599	5815	6032	6251	6470	221
81	6691	6913	7137	7361	7587	7814	8043	8272	8503	8736	234
82	0,6 8970	9205	9442	9679	9919	*0160	*0402	*0646	*0891	*1138	248
83	0,7 1386	1636	1887	2140	2395	2651	2909	3168	3429	3692	265
84	3957	4223	4491	4761	5032	5306	5581	5858	6137	6418	283
$\bar{1}$,85	0,7 6701	6986	7273	7562	7852	8145	8441	8738	9037	9339	303
86	0,7 9642	9948	*0257	*0567	*0880	*1196	*1514	*1834	*2157	*2482	328
87	0,8 2810	3140	3473	3809	4148	4489	4833	5180	5530	5883	355
88	6238	6597	6959	7324	7693	8064	8439	8818	9199	9585	388
89	9973	*0366	*0762	*1162	*1566	*1973	*2385	*2801	*3220	*3644	419
$\bar{1}$,90	0,9 4073	4505	4943	5384	5831	6282	6738	7199	7665	8136	476
91	8612	9094	9581	*0074	*0573	*1078	*1589	*2106	*2629	*3159	536
92	1,0 3695	4238	4788	5346	5911	6483	7063	7651	8247	8852	614
93	9466	*0088	*0719	*1360	*2011	*2671	*3342	*4023	*4716	*5420	715
94	1,1 6135	6863	7603	8356	9123	9903	*0698	*1508	*2333	*3174	858
$\bar{1}$,95	1, 2403	2491	2580	2671	2765	2860	2957	3057	3159	3264	107
96	3371	3480	3593	3709	3828	3950	4076	4205	4339	4476	143
97	4619	4766	4918	5076	5240	5410	5587	5772	5965	6167	212
98	6379	6601	6836	7084	7347	7628	7927	8249	8597	8974	415
99	9388	9846	*0357	*0937	*1607	*2398	*3368	*4617	*6378	*9388	»
$\bar{1}$,999	2,939	2,985	3,036	3,094	3,161	3,240	3,337	3,462	3,638	3,939	
$\bar{1}$,9999	3,939	3,985	4,036	4,094	4,161	4,240	4,337	4,462	4,638	4,939	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d

V. — TABLE ABRÉGÉE POUR LE CALCUL

		1,0	1,000	1,0000 0	1,0000 000
		0	000	0000 0	0000 000
99	9956 3519 4597 550	409 9769 2423 491	4 2973 8851 434	429 9494 088	4 2995 152
98	9912 2607 5692 495	406 0234 0114 073	4 2540 0180 206	425 6065 068	4 2560 857
97	9867 7173 4266 245	402 0662 7574 711	4 2106 1465 634	421 2636 043	4 2126 563
96	9822 7123 3039 568	398 1055 4148 350	4 1672 2707 716	416 9207 014	4 1692 268
95	9777 2360 5288 848	394 1411 9176 137	4 1238 3906 453	412 5777 981	4 1257 974
94	9731 2785 3599 699	390 1732 1997 412	4 0804 5061 842	408 2348 943	4 0823 679
93	9684 8294 8553 935	386 2016 1949 703	4 0370 6173 883	403 8919 901	4 0389 385
92	9637 8782 7345 555	382 2263 8368 718	3 9936 7242 575	399 5490 854	3 9955 090
91	9590 4139 2321 094	378 2475 0588 342	3 9502 8267 918	395 2061 803	3 9520 796
90	9542 4250 9439 325	374 2649 7940 624	3 9068 9249 910	390 8632 748	3 9086 502
89	9493 9000 6644 913	370 2787 9755 775	3 8635 0188 551	386 5203 689	3 8652 207
88	9444 8267 2150 169	366 2889 5362 161	3 8201 1083 840	382 1774 625	3 8217 913
87	9395 1925 2618 619	362 2954 4086 295	3 7767 1935 775	377 8345 557	3 7783 618
86	9344 9845 1243 568	358 2982 5252 828	3 7333 2744 357	373 4916 484	3 7349 324
85	9294 1892 5714 293	354 2973 8184 548	3 6899 3509 583	369 1487 407	3 6915 029
84	9242 7928 6061 882	350 2928 2202 368	3 6465 4231 454	364 8058 326	3 6480 735
83	9190 7809 2376 074	346 2845 6625 320	3 6031 4909 969	360 4629 241	3 6046 441
82	9138 1385 2383 717	342 2726 0770 551	3 5597 5545 125	356 1200 151	3 5612 146
81	9084 8501 8878 650	338 2569 3953 310	3 5163 6136 924	351 7771 056	3 5177 852
80	9030 8998 6991 944	334 2375 5486 950	3 4729 6685 364	347 4341 958	3 4743 557
79	8976 2709 1290 441	330 2144 4682 911	3 4295 7190 443	343 0912 855	3 4309 263
78	8920 9460 2690 480	326 1876 0850 720	3 3861 7652 161	338 7483 748	3 3874 968
77	8864 9072 5172 482	322 1570 3297 982	3 3427 8070 518	334 4054 636	3 3440 674
76	8808 1359 2280 791	318 1227 1330 370	3 2993 8445 512	330 0625 520	3 3006 379
75	8750 6126 3391 700	314 0846 4251 624	3 2559 8777 143	325 7196 400	3 2572 085
74	8692 3171 9730 976	310 0428 1363 537	3 2125 9065 409	321 3767 275	3 2137 790
73	8633 2286 0120 456	305 9972 1965 951	3 1691 9310 310	317 0338 146	3 1703 496
72	8573 3249 6431 268	301 9478 5356 751	3 1257 9511 845	312 6909 013	3 1269 202
71	8512 5834 8719 075	297 8947 0831 856	3 0823 9670 012	308 3479 875	3 0834 907
70	8450 9804 0014 257	293 8377 7685 210	3 0389 9784 812	304 0050 733	3 0400 613
69	8388 4909 0737 255	289 7770 5208 778	2 9955 9856 244	299 6621 587	2 9966 318
68	8325 0891 2706 236	285 7125 2692 538	2 9521 9884 305	295 3192 436	2 9532 024
67	8260 7480 2700 826	281 6441 9424 470	2 9087 9868 997	290 9763 281	2 9097 729
66	8195 4393 5541 869	277 5720 4690 553	2 8653 9810 317	286 6334 122	2 8663 435
65	8129 1335 6642 856	273 4960 7774 757	2 8219 9708 264	282 2904 958	2 8229 140
64	8061 7997 3983 887	269 4162 7959 029	2 7785 9562 839	277 9475 790	2 7794 846
63	7993 4054 9453 582	265 3326 4523 297	2 7351 9374 040	273 6046 617	2 7360 551
62	7923 9168 9498 254	261 2451 6745 450	2 6917 9141 866	269 2617 441	2 6926 257
61	7853 2983 5010 767	257 1538 3901 341	2 6483 8866 316	264 9188 260	2 6491 963
60	7781 5125 0383 644	253 0586 5264 770	2 6049 8547 390	260 5759 074	2 6057 668
59	7708 5201 1642 144	248 9596 0107 485	2 5615 8185 087	256 2329 884	2 5623 374
58	7634 2799 3562 937	244 8566 7699 167	2 5181 7779 405	251 8900 690	2 5189 079
57	7558 7485 5672 491	240 7498 7307 426	2 4747 7330 344	247 5471 492	2 4754 785
56	7481 8802 7006 200	236 6391 8197 793	2 4313 6837 903	243 2042 289	2 4320 490
55	7403 6268 9494 244	232 5245 9633 711	2 3879 6302 082	238 8613 082	2 3886 196
54	7323 9375 9822 969	228 4061 0876 528	2 3445 5722 878	234 5183 870	2 3451 901
53	7242 7586 9600 789	224 2837 1185 487	2 3011 5100 292	230 1754 654	2 3017 607
52	7160 0334 3634 799	220 1573 9817 720	2 2577 4434 323	225 8325 434	2 2583 312
51	7075 7017 6097 936	216 0271 6028 242	2 2143 3724 969	221 4896 210	2 2149 018
50	6989 7000 4336 019	211 8929 9069 938	2 1709 2972 230	217 1466 981	2 1714 724

Les deux premiers chiffres significatifs de $\frac{1}{n}$.

n		n		n		n		n		n		n		n		n		n		n	
99	10	**83**	12	**71**	14	**62**	16	**55**	18	**50**	20	**45**	22	**41**	24	**38**	26	**35**	28	**33**	30
90	11	**76**	13	**66**	15	**58**	17	**52**	19	**47**	21	**43**	23	**40**	25	**37**	27	**34**	29	**32**	31

		1,0	1,000	1,0000 0	1,0000 000
		0	000	0000 0	0000 000
49	6901 9608 0028 514	207 7548 8193 558	2 1275 2176 105	212 8037 748	2 1280 429
48	6812 4123 7375 587	203 6128 2647 708	2 0841 1336 593	208 4608 510	2 0846 135
47	6720 9785 7935 717	199 4668 1678 842	2 0407 0453 694	204 1179 268	2 0411 840
46	6627 5783 1681 574	195 3168 4531 255	1 9972 9527 405	199 7750 022	1 9977 546
45	6532 1251 3775 344	191 1629 0447 073	1 9538 8557 727	195 4320 771	1 9543 251
44	6434 5267 6486 187	187 0049 8666 243	1 9104 7544 659	191 0891 516	1 9108 957
43	6334 6845 5579 587	182 8430 8426 531	1 8670 6488 200	186 7462 257	1 8674 662
42	6232 4929 0397 900	178 6771 8963 506	1 8236 5388 348	182 4032 994	1 8240 368
41	6127 8385 6719 735	174 5072 9510 536	1 7802 4245 103	178 0603 726	1 7806 073
40	6020 5999 1327 962	170 3333 9298 780	1 7368 3058 465	173 7174 453	1 7371 779
39	5910 6460 7026 499	166 1554 7557 177	1 6934 1828 432	169 3745 177	1 6937 484
38	5797 8359 6616 810	161 9735 3512 439	1 6500 0555 003	165 0315 896	1 6503 190
37	5682 0172 4066 995	157 7875 6389 041	1 6065 9238 178	160 6886 610	1 6068 896
36	5563 0250 0767 287	153 5975 5409 214	1 5631 7877 955	156 3457 321	1 5634 601
35	5440 6804 4350 276	149 4034 9792 937	1 5197 6474 334	152 0028 027	1 5200 307
34	5314 7891 7042 255	145 2053 8757 924	1 4763 5027 314	147 6598 728	1 4766 012
33	5185 1393 9877 887	141 0032 1519 621	1 4329 3536 895	143 3169 426	1 4331 718
32	5051 4997 8319 906	136 7969 7291 193	1 3895 2003 074	138 9740 119	1 3897 423
31	4913 6169 3834 273	132 5866 5283 517	1 3461 0425 852	134 6310 807	1 3463 129
30	4771 2125 4719 662	128 3722 4705 172	1 3026 8805 227	130 2881 491	1 3028 834
29	4623 9799 7898 956	124 1537 4762 433	1 2592 7141 199	125 9452 171	1 2594 540
28	4471 5803 1342 219	119 9311 4659 257	1 2158 5433 766	121 6022 847	1 2160 245
27	4313 6376 4158 987	115 7044 3597 278	1 1724 3682 929	117 2593 518	1 1725 951
26	4149 7334 7970 818	111 4736 0775 797	1 1290 1888 685	112 9164 185	1 1291 656
25	3979 4000 8672 038	107 2386 5391 773	1 0856 0051 035	108 5734 848	1 0857 362
24	3802 1124 1711 606	102 9995 6639 812	1 0421 8169 977	104 2305 506	1 0423 067
23	3617 2783 6017 593	098 7563 3712 160	0 9987 6245 510	099 8876 160	0 9988 773
22	3424 2268 0822 206	094 5089 5798 694	0 9553 4277 633	095 5446 809	0 9554 478
21	3222 1929 4733 919	090 2574 2086 910	0 9119 2266 347	091 2017 454	0 9120 184
20	3010 2999 5663 981	086 0017 1761 918	0 8685 0211 649	086 8588 095	0 8685 890
19	2787 5360 0952 829	081 7418 4006 426	0 8250 8113 539	082 5158 732	0 8251 595
18	2552 7250 5103 306	077 4777 8000 740	0 7816 5972 016	078 1729 364	0 7817 301
17	2304 4892 1378 274	073 2095 2922 745	0 7382 3787 079	073 8299 992	0 7383 006
16	2041 1998 2655 925	068 9370 7917 900	0 6948 1558 728	069 4870 615	0 6948 712
15	1760 9125 9055 681	064 6604 2249 232	0 6513 9286 961	065 1441 234	0 6514 417
14	1461 2803 5678 238	060 3795 4997 317	0 6079 6971 778	060 8011 849	0 6080 123
13	1139 4335 2306 837	056 0944 5360 280	0 5645 4613 177	056 4582 459	0 5645 828
12	0791 8124 6047 625	051 8051 2503 780	0 5211 2211 158	052 1153 066	0 5211 534
11	0413 9268 5158 225	047 5115 5591 001	0 4776 9765 720	047 7723 667	0 4777 239
10	....	043 2137 3782 643	0 4342 7276 863	043 4294 265	0 4342 945
09	....	038 9116 6236 911	0 3908 4744 584	039 0864 858	0 3908 650
08	....	034 6053 2109 506	0 3474 2168 884	034 7435 447	0 3474 356
07	....	030 2947 0553 618	0 3039 9549 761	030 4006 031	0 3040 061
06	....	025 9798 0719 909	0 2605 6887 215	026 0576 611	0 2605 767
05	....	021 6606 1756 508	0 2171 4181 245	021 7147 187	0 2171 472
04	....	017 3371 2809 001	0 1737 1431 850	017 3717 758	0 1737 178
03	....	013 0093 3020 418	0 1302 8639 028	013 0288 325	0 1302 883
02	....	008 6772 1531 227	0 0868 5802 780	008 6858 888	0 0868 589
01	....	004 3407 7479 319	0 0434 2923 104	004 3429 446	0 0434 294

Les deux premiers chiffres significatifs de $\frac{1}{n}$.

n		n		n		n		n		n		n		n		n		n		n	
31	32	29	34	27	37	25	40	23	43	21	47	19	52	17	58	15	66	13	76	11	90
30	33	28	35	26	38	24	41	22	45	20	50	18	55	16	62	14	71	12	83	10	100

VI. — LOGARITHMES NATURELS

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
1.0	0,0000	0100	0198	0296	0392	0488	0583	0677	0770	0862	91
1.1	0953	1044	1133	1222	1310	1398	1484	1570	1655	1740	83
1.2	1823	1906	1989	2070	2151	2231	2311	2390	2469	2546	78
1.3	2624	2700	2776	2852	2927	3001	3075	3148	3221	3293	72
1.4	3365	3436	3507	3577	3646	3716	3784	3853	3920	3988	67
1.5	0,4055	4121	4187	4253	4318	4383	4447	4511	4574	4637	63
1.6	4700	4762	4824	4886	4947	5008	5068	5128	5188	5247	59
1.7	5306	5365	5423	5481	5539	5596	5653	5710	5766	5822	56
1.8	5878	5933	5988	6043	6098	6152	6206	6259	6313	6366	53
1.9	6419	6471	6523	6575	6627	6678	6729	6780	6831	6881	50
2.0	0,6931	6981	7031	7080	7129	7178	7227	7275	7324	7372	47
2.1	7419	7467	7514	7561	7608	7655	7701	7747	7793	7839	46
2.2	7885	7930	7975	8020	8065	8109	8154	8198	8242	8286	43
2.3	8329	8372	8416	8459	8502	8544	8587	8629	8671	8713	42
2.4	8755	8796	8838	8879	8920	8961	9002	9042	9083	9123	40
2.5	0,9163	9203	9243	9282	9322	9361	9400	9439	9478	9517	38
2.6	9555	9594	9632	9670	9708	9746	9783	9821	9858	9895	38
2.7	0,9933	9969	*0006	*0043	*0080	*0116	*0152	*0188	*0225	*0260	36
2.8	1,0296	0332	0367	0403	0438	0473	0508	0543	0578	0613	34
2.9	0647	0682	0716	0750	0784	0818	0852	0886	0919	0953	33
3,0	1,0986	1019	1053	1086	1119	1151	1184	1217	1249	1282	32
3,1	1314	1346	1378	1410	1442	1474	1506	1537	1569	1600	31
3,2	1632	1663	1694	1725	1756	1787	1817	1848	1878	1909	30
3.3	1939	1969	2000	2030	2060	2090	2119	2149	2179	2208	30
3.4	2238	2267	2296	2326	2355	2384	2413	2442	2470	2499	29
3,5	1,2528	2556	2585	2613	2641	2669	2698	2726	2754	2782	27
3.6	2809	2837	2865	2892	2920	2947	2975	3002	3029	3056	27
3.7	3083	3110	3137	3164	3191	3218	3244	3271	3297	3324	26
3.8	3350	3376	3403	3429	3455	3481	3507	3533	3558	3584	26
3.9	3610	3635	3661	3686	3712	3737	3762	3788	3813	3838	25
4,0	1,3863	3888	3913	3938	3962	3987	4012	4036	4061	4085	25
4.1	4110	4134	4159	4183	4207	4231	4255	4279	4303	4327	24
4.2	4351	4375	4398	4422	4446	4469	4493	4516	4540	4563	23
4,3	4586	4609	4633	4656	4679	4702	4725	4748	4770	4793	23
4.4	4816	4839	4861	4884	4907	4929	4951	4974	4996	5019	22
4.5	1,5041	5063	5085	5107	5129	5151	5173	5195	5217	5239	22
4.6	5261	5282	5304	5326	5347	5369	5390	5412	5433	5454	22
4.7	5476	5497	5518	5539	5560	5581	5602	5623	5644	5665	21
4.8	5686	5707	5728	5748	5769	5790	5810	5831	5851	5872	20
4.9	5892	5913	5933	5953	5974	5994	6014	6034	6054	6074	20
5,0	1,6094	6114	6134	6154	6174	6194	6214	6233	6253	6273	19
5,1	6292	6312	6332	6351	6371	6390	6409	6429	6448	6467	20
5,2	6487	6506	6525	6544	6563	6582	6601	6620	6639	6658	19
5,3	6677	6696	6715	6734	6752	6771	6790	6808	6827	6845	19
5,4	6864	6882	6901	6919	6938	6956	6974	6993	7011	7029	18
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.

Caractéristiques fractionnaires, ou logarithmes de $10^{\pm n}$.

n	+	—	n	+	—	n	+	—
1	2,3026	$\overline{3}$,6974	6	13,8155	$\overline{14}$,1845	11	25,3284	$\overline{26}$,6716
2	4,6052	$\overline{5}$,3948	7	16,1181	$\overline{17}$,8819	12	27,6310	$\overline{28}$,3690
3	6,9078	$\overline{7}$,0922	8	18,4207	$\overline{19}$,5793	13	29,9336	$\overline{30}$,0664
4	9,2103	$\overline{10}$,7897	9	20,7233	$\overline{21}$,2767	14	32,2362	$\overline{33}$,7638
5	11,5129	$\overline{12}$,4871	10	23,0259	$\overline{24}$,9741	15	34,5388	$\overline{35}$,4612

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.
5,5	1,7047	7066	7084	7102	7120	7138	7156	7174	7192	7210	[illegible]
5,6	7228	7246	7263	7281	7299	7317	7334	7352	7370	7387	18
5,7	7405	7422	7440	7457	7475	7492	7509	7527	7544	7561	18
5,8	7579	7596	7613	7630	7647	7664	7681	7699	7716	7733	17
5,9	7750	7766	7783	7800	7817	7834	7851	7867	7884	7901	17
6,0	1,7918	7934	7951	7967	7984	8001	8017	8034	8050	8066	17
6,1	8083	8099	8116	8132	8148	8165	8181	8197	8213	8229	16
6,2	8245	8262	8278	8294	8310	8326	8342	8358	8374	8390	15
6,3	8405	8421	8437	8453	8469	8485	8500	8516	8532	8547	16
6,4	8563	8579	8594	8610	8625	8641	8656	8672	8687	8703	15
6,5	1,8718	8733	8749	8764	8779	8795	8810	8825	8840	8856	15
6,6	8871	8886	8901	8916	8931	8946	8961	8976	8991	9006	15
6,7	9021	9036	9051	9066	9081	9095	9110	9125	9140	9155	14
6,8	9169	9184	9199	9213	9228	9242	9257	9272	9286	9301	14
6,9	9315	9330	9344	9359	9373	9387	9402	9416	9430	9445	14
7,0	1,9459	9473	9488	9502	9516	9530	9544	9559	9573	9587	14
7,1	9601	9615	9629	9643	9657	9671	9685	9699	9713	9727	14
7,2	9741	9755	9769	9782	9796	9810	9824	9838	9851	9865	14
7,3	1,9879	9892	9906	9920	9933	9947	9961	9974	9988	*0001	14
7,4	2,0015	0028	0042	0055	0069	0082	0096	0109	0122	0136	13
7,5	2,0149	0162	0176	0189	0202	0215	0229	0242	0255	0268	13
7,6	0281	0295	0308	0321	0334	0347	0360	0373	0386	0399	13
7,7	0412	0425	0438	0451	0464	0477	0490	0503	0516	0528	13
7,8	0541	0554	0567	0580	0592	0605	0618	0631	0643	0656	13
7,9	0669	0681	0694	0707	0719	0732	0744	0757	0769	0782	12
8,0	2,0794	0807	0819	0832	0844	0857	0869	0882	0894	0906	13
8,1	0919	0931	0943	0956	0968	0980	0992	1005	1017	1029	12
8,2	1041	1054	1066	1078	1090	1102	1114	1126	1138	1150	13
8,3	1163	1175	1187	1199	1211	1223	1235	1247	1258	1270	12
8,4	1282	1294	1306	1318	1330	1342	1353	1365	1377	1389	12
8,5	2,1401	1412	1424	1436	1448	1459	1471	1483	1494	1506	12
8,6	1518	1529	1541	1552	1564	1576	1587	1599	1610	1622	11
8,7	1633	1645	1656	1668	1679	1691	1702	1713	1725	1736	12
8,8	1748	1759	1770	1782	1793	1804	1815	1827	1838	1849	12
8,9	1861	1872	1883	1894	1905	1917	1928	1939	1950	1961	11
9,0	2,1972	1983	1994	2006	2017	2028	2039	2050	2061	2072	11
9,1	2083	2094	2105	2116	2127	2138	2148	2159	2170	2181	11
9,2	2192	2203	2214	2225	2235	2246	2257	2268	2279	2289	11
9,3	2300	2311	2322	2332	2343	2354	2364	2375	2386	2396	11
9,4	2407	2418	2428	2439	2450	2460	2471	2481	2492	2502	11
9,5	2,2513	2523	2534	2544	2555	2565	2576	2586	2597	2607	11
9,6	2618	2628	2638	2649	2659	2670	2680	2690	2701	2711	10
9,7	2721	2732	2742	2752	2762	2773	2783	2793	2803	2814	10
9,8	2824	2834	2844	2854	2865	2875	2885	2895	2905	2915	10
9,9	2925	2935	2946	2956	2966	2976	2986	2996	3006	3016	10
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d.

Nombres usuels avec leurs logarithmes naturels.

Nombres.	Log.	Nombres.	Log.
Rapp. de la circ. au diam. = π..	1,1447	Pesanteur g = [illegible]........	[illegible]
Rayon en minutes = 3438'.....	8,1426	$\sqrt{2g}$ = 4,4292..............	1,4882
Rayon en secondes = 206265"..	12,2369	$\frac{\pi}{\sqrt{g}}$ = 1,0031..............	0,0031
Log. vulg. e = M = 0,4343.....	$\bar{1}$,1660		
Log. nat. 10 = $\frac{1}{M}$ = [illegible].....	0,8340	Pend. à sec = $\frac{g}{\pi^2}$ = 0,9938....	$\bar{1}$,9938
		e^e = 15,1543..............	2,7183

VII. — TABLE ABRÉGÉE POUR LE CALCUL DES LOGARITHMES NATURELS A 20 DÉCIMALES.

9	2,1972 2457 7336 2193 8279	$1,0^{5}\ 9$	0,0000 0899 9959 5002 4300
8	2,0794 4154 1679 8359 2825	$1,0^{5}\ 8$	799 9968 0001 7067
7	1,9459 1014 9055 3133 0511	$1,0^{5}\ 7$	699 9975 5001 1433
6	1,7917 5946 9228 0550 0081	$1,0^{5}\ 6$	599 9982 0000 7200
5.	1,6094 3791 2434 1003 7460	$1,0^{5}\ 5$	499 9987 5000 4167
4	1,3862 9436 1119 8906 1883	$1,0^{5}\ 4$	399 9992 0000 2133
3	1,0986 1228 8668 1096 9140	$1,0^{5}\ 3$	299 9995 5000 0900
2	0,6931 4718 0559 9453 0942	$1,0^{5}\ 2$	199 9998 0000 0267
		$1,0^{5}\ 1$	099 9999 5000 0033
1,9	0,6418 5388 6172 3947 7599	$1,0^{6}\ 9$	0,0000 0089 9999 5950 0024
1,8	5877 8666 4902 1190 0819	$1,0^{6}\ 8$	79 9999 6800 0017
1,7	5306 2825 1062 1703 9623	$1,0^{6}\ 7$	69 9999 7550 0011
1,6	4700 0362 9245 7355 5365	$1,0^{6}\ 6$	59 9999 8200 0007
1,5	4054 6510 8108 1643 8198	$1,0^{6}\ 5$	49 9999 8750 0004
1,4	3364 7223 6621 2129 3050	$1,0^{6}\ 4$	39 9999 9200 0002
1,3	2623 6426 4467 4910 5204	$1,0^{6}\ 3$	29 9999 9550 0001
1,2	1823 2155 6793 9546 2621	$1,0^{6}\ 2$	19 9999 9800 0000
1,1	0953 1017 9804 3248 6004	$1,0^{6}\ 1$	09 9999 9950 0000
1,09	0,0861 7769 6241 0523 3234	$1,0^{7}\ 9$	0,0000 0008 9999 9959 5000
1,08	769 6104 1136 1283 2498	$1,0^{7}\ 8$	7 9999 9968 0000
1,07	676 5864 8473 8148 0527	$1,0^{7}\ 7$	6 9999 9975 5000
1,06	582 6890 8123 9757 7553	$1,0^{7}\ 6$	5 9999 9982 0000
1,05	487 9016 4169 4320 0307	$1,0^{7}\ 5$	4 9999 9987 5000
1,04	392 2071 3153 2812 9627	$1,0^{7}\ 4$	3 9999 9992 0000
1,03	295 5880 2241 5444 0273	$1,0^{7}\ 3$	2 9999 9995 5000
1,02	198 0262 7296 1797 1303	$1,0^{7}\ 2$	1 9999 9998 0000
1,01	099 5033 0853 1680 8285	$1,0^{7}\ 1$	0 9999 9999 5000
1,009	0,0089 5974 1371 4719 0444	$1,0^{8}\ 9$	0,0000 0000 8999 9999 5950
1,008	79 6816 9649 1768 7351	$1,0^{8}\ 8$	7999 9999 6800
1,007	69 7561 3736 4252 4210	$1,0^{8}\ 7$	6999 9999 7550
1,006	59 8207 1677 5474 6378	$1,0^{8}\ 6$	5999 9999 8200
1,005	49 8754 1511 0390 7361	$1,0^{8}\ 5$	4999 9999 8750
1,004	39 9202 1269 5374 5300	$1,0^{8}\ 4$	3999 9999 9200
1,003	29 9550 8979 7984 7881	$1,0^{8}\ 3$	2999 9999 9550
1,002	19 9800 2662 6730 5602	$1,0^{8}\ 2$	1999 9999 9800
1,001	09 9950 0333 0835 3317	$1,0^{8}\ 1$	0999 9999 9950
$1,0^{3}\ 9$	0,0008 9959 5242 8360 9301	$1,0^{9}\ 9$	0.0000 0000 0899 9999 9960
$1,0^{3}\ 8$	7 9968 0170 5643 3216	$1,0^{9}\ 8$	799 9999 9968
$1,0^{3}\ 7$	6 9975 5114 2733 4193	$1,0^{9}\ 7$	699 9999 9976
$1,0^{3}\ 6$	5 9982 0071 9676 1554	$1,0^{9}\ 6$	599 9999 9982
$1,0^{3}\ 5$	4 9987 5041 6510 4791	$1,0^{9}\ 5$	499 9999 9986
$1,0^{3}\ 4$	3 9992 0021 3269 3537	$1,0^{9}\ 4$	399 9999 9992
$1,0^{3}\ 3$	2 9995 5008 9979 7549	$1,0^{9}\ 3$	299 9999 9996
$1,0^{3}\ 2$	1 9998 0002 6662 6673	$1,0^{9}\ 2$	199 9999 9998
$1,0^{3}\ 1$	0 9999 5000 3333 0834	$1,0^{9}\ 1$	100 0000 0000
$1,0^{4}\ 9$	0,0000 8999 5950 2429 8360	$1,0^{10}\ 9$	0,0000 0000 0090 0000 0000
$1,0^{4}\ 8$	7999 6800 1706 5643	$1,0^{10}\ 8$	80 0000 0000
$1,0^{4}\ 7$	6999 7550 1143 2733	$1,0^{10}\ 7$	70 0000 0000
$1.0^{4}\ 6$	5999 8200 0719 9676	$1,0^{10}\ 6$	60 0000 0000
$1,0^{4}\ 5$	4999 8750 0416 6510	$1,0^{10}\ 5$	50 0000 0000
$1,0^{4}\ 4$	3999 9200 0213 3269	$1,0^{10}\ 4$	40 0000 0000
$1,0^{4}\ 3$	2999 9550 0089 9980	$1,0^{10}\ 3$	30 0000 0000
$1,0^{4}\ 2$	1999 9800 0026 6663	$1,0^{10}\ 2$	20 0000 0000
$1,0^{4}\ 1$	0999 9950 0003 3333	$1,0^{10}\ 1$	10 0000 0000

n	**Log** 10^n.	n	**Log** 10^n.
1	2,3025 8509 2994 0456 8402	**11**	25,3284 3602 2934 5025 2420
2	4,6051 7018 5988 0913 6804	**12**	27,6310 2111 5928 5482 0822
3	6,9077 5527 8982 1370 5205	**13**	29,9336 0620 8922 5938 9223
4	9,2103 4037 1976 1827 3607	**14**	32,2361 9130 1916 6395 7625
5	11,5129 2546 4970 2284 2009	**15**	34,5387 7639 4910 6852 6027
6	13,8155 1055 7964 2741 0411	**16**	36,8413 6148 7904 7309 4429
7	16,1180 9565 0958 3197 8813	**17**	39,1439 4658 0898 7766 2831
8	18,4206 8074 3952 3654 7214	**18**	41,4465 3167 3892 8223 1232
9	20 7232 6583 6946 4111 5616	**19**	43,7491 1676 6886 8679 9634
10	23,0258 5092 9940 4568 4018	**20**	46,0517 0185 9880 9136 8036

VIII. — TABLES DE CONVERSION

Des logarithmes naturels en logarithmes vulgaires, et des parties décimales du rayon en parties décimales du quadrant, et réciproquement, ou Tables des multiples de M, $\frac{1}{M}$, $\frac{2}{\pi}$, $\frac{\pi}{2}$.

	M	$\frac{1}{M}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$		M	$\frac{1}{M}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$
1	0,434294	2,302585	0,636620	1,570796	**51**	22,149019	117,431840	32,467608	80,110613
2	0,868589	4,605170	1,273240	3,141593	**52**	22,583313	119,734425	33,104228	81,681409
3	1,302883	6,907755	1,909859	4,712389	**53**	23,017608	122,037010	33,740848	83,252205
4	1,737178	9,210340	2,546479	6,283185	**54**	23,451902	124,339595	34,377468	84,823002
5	2,171472	11,512925	3,183099	7,853982	**55**	23,886197	126,642180	35,014087	86,393798
6	2,605767	13,815511	3,819719	9,424778	**56**	24,320491	128,944765	35,650707	87,964594
7	3,040061	16,118096	4,456338	10,995574	**57**	24,754785	131,247350	36,287327	89,535391
8	3,474356	18,420681	5,092958	12,566371	**58**	25,189080	133,549935	36,923947	91,106187
9	3,908650	20,723266	5,729578	14,137167	**59**	25,623374	135,852520	37,560567	92,676983
10	4,342945	23,025851	6,366198	15,707963	**60**	26,057669	138,155106	38,197186	94,247780
11	4,777239	25,328436	7,002817	17,278760	**61**	26,491963	140,457691	38,833806	95,818576
12	5,211534	27,631021	7,639437	18,849556	**62**	26,926258	142,760276	39,470426	97,389372
13	5,645828	29,933607	8,276057	20,420352	**63**	27,360552	145,062861	40,107046	98,960169
14	6,080123	32,236191	8,912677	21,991149	**64**	27,794847	147,365446	40,743665	100,530965
15	6,514417	34,538776	9,549297	23,561945	**65**	28,229141	149,668031	41,380285	102,101761
16	6,948712	36,841361	10,185916	25,132741	**66**	28,663436	151,970616	42,016905	103,672558
17	7,383006	39,143947	10,822536	26,703538	**67**	29,097730	154,273201	42,653525	105,243354
18	7,817301	41,446532	11,459156	28,274334	**68**	29,532025	156,575786	43,290145	106,814150
19	8,251595	43,749117	12,095776	29,845130	**69**	29,966319	158,878371	43,926764	108,384947
20	8,685890	46,051702	12,732395	31,415927	**70**	30,400614	161,180957	44,563384	109,955743
21	9,120184	48,354287	13,369015	32,986723	**71**	30,834908	163,483542	45,200004	111,526539
22	9,554479	50,656872	14,005635	34,557519	**72**	31,269203	165,786127	45,836624	113,097336
23	9,988773	52,959457	14,642255	36,128316	**73**	31,703497	168,088712	46,473243	114,668132
24	10,423068	55,262042	15,278875	37,699112	**74**	32,137792	170,391297	47,109863	116,238928
25	10,857362	57,564627	15,915494	39,269908	**75**	32,572086	172,693882	47,746483	117,809725
26	11,291657	59,867212	16,552114	40,840704	**76**	33,006381	174,996467	48,383103	119,380521
27	11,725951	62,169798	17,188734	42,411501	**77**	33,440675	177,299052	49,019722	120,951317
28	12,160245	64,472383	17,825354	43,982297	**78**	33,874970	179,601637	49,656342	122,522113
29	12,594540	66,774968	18,461973	45,553093	**79**	34,309264	181,904222	50,292962	124,092910
30	13,028834	69,077553	19,098593	47,123890	**80**	34,743559	184,206807	50,929582	125,663706
31	13,463129	71,380138	19,735213	48,694686	**81**	35,177853	186,509393	51,566202	127,234502
32	13,897423	73,682723	20,371833	50,265482	**82**	35,612148	188,811978	52,202821	128,805299
33	14,331718	75,985308	21,008452	51,836279	**83**	36,046442	191,114563	52,839441	130,376095
34	14,766012	78,287893	21,645072	53,407075	**84**	36,480736	193,417148	53,476061	131,946891
35	15,200307	80,590478	22,281692	54,977871	**85**	36,915031	195,719733	54,112681	133,517688
36	15,634601	82,893063	22,918312	56,548668	**86**	37,349325	198,022318	54,749300	135,088484
37	16,068896	85,195648	23,554932	58,119464	**87**	37,783620	200,324903	55,385920	136,659280
38	16,503190	87,498234	24,191551	59,690260	**88**	38,217914	202,627488	56,022540	138,230077
39	16,937485	89,800819	24,828171	61,261057	**89**	38,652209	204,930073	56,659160	139,800873
40	17,371779	92,103404	25,464791	62,831853	**90**	39,086503	207,232658	57,295780	141,371669
41	17,806074	94,405989	26,101411	64,402649	**91**	39,520798	209,535243	57,932399	142,942466
42	18,240368	96,708574	26,738030	65,973446	**92**	39,955092	211,837829	58,569019	144,513262
43	18,674663	99,011159	27,374650	67,544242	**93**	40,389387	214,140414	59,205639	146,084058
44	19,108957	101,313744	28,011270	69,115038	**94**	40,823681	216,442999	59,842259	147,654855
45	19,543252	103,616329	28,647890	70,685835	**95**	41,257976	218,745584	60,478878	149,225651
46	19,977546	105,918914	29,284510	72,256631	**96**	41,692270	221,048169	61,115498	150,796447
47	20,411841	108,221499	29,921129	73,827427	**97**	42,126565	223,350754	61,752118	152,367244
48	20,846135	110,524084	30,557749	75,398224	**98**	42,560859	225,653339	62,388738	153,938040
49	21,280430	112,826670	31,194369	76,969020	**99**	42,995154	227,955924	63,025357	155,508836
50	21,714724	115,129255	31,830989	78,539816	**100**	43,429448	230,258509	63,661977	157,079633

	M	$\frac{1}{M}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$
1	0,4342 9448 1903 2518	2,3025 8509 2994 0457	0,6366 1977 2367 5813	1,5707 9632 6794 8966
2	0,8685 8896 3806 5037	4,6051 7018 5988 0914	1,2732 3954 4735 1627	3,1415 9265 3589 7932
3	1,3028 8344 5709 7555	6,9077 5527 8982 1371	1,9098 5931 7102 7440	4,7123 8898 0384 6899
4	1,7371 7792 7613 0073	9,2103 4037 1976 1827	2,5464 7908 9470 3254	6,2831 8530 7179 5865
5	2,1714 7240 9516 2591	11,5129 2546 4970 2284	3,1830 9886 1837 9067	7,8539 8163 3974 4831
6	2,6057 6688 9419 5110	13,8155 1055 7964 2741	3,8197 1863 4205 4881	9,4247 7796 0769 3797
7	3,0400 6137 3322 7628	16,1180 9565 0958 3198	4,4563 3840 6573 0694	10,9955 7428 7564 2763
8	3,4743 5585 7226 0146	18,4206 8074 3952 3655	5,0929 5817 8940 6507	12,5663 7061 4359 1730
9	3,9086 5033 7129 2664	20,7232 6583 6946 4112	5,7295 7795 1308 2321	14,1371 6694 1154 0696

IX. — VALEURS NATURELLES

Arc.			Sinus	Coséc.	Tang	Cotang.	Séc.	Cos.			
R o.	0h m	° ′	o.		o.				′ °	5h m	R
0000	0	0 0	0000	∞	0000	∞	1,0000	1,0000	0 90	60	1,5708
0044	1	15	0044	229,1838	0044	229,1817	0000	0000	45	59	5664
0087	2	30	0087	114,5930	0087	114,5887	0000	0000	30	58	5621
0131	3	45	0131	76,3966	0131	76,3900	0001	0,9999	15	57	5577
0175	4	1 0	0175	57,2987	0175	57,2900	1,0002	0,9998	0 89	56	1,5533
0218	5	15	0218	45,8403	0218	45,8294	0002	9998	45	55	5490
0262	6	30	0262	38,2016	0262	38,1885	0003	9997	30	54	5446
0305	7	45	0305	32,7455	0306	32,7303	0005	9995	15	53	5403
0349	8	2 0	0349	28,6537	0349	28,6363	1,0006	0,9994	0 88	52	1,5359
0393	9	15	0393	25,4713	0393	25,4517	0008	9992	45	51	5315
0436	10	30	0436	22,9256	0437	22,9038	0010	9990	30	50	5272
0480	11	45	0480	20,8458	0480	20,8188	0012	9988	15	49	5228
0524	12	3 0	0523	19,1073	0524	19,0811	1,0014	0,9986	0 87	48	1,5184
0567	13	15	0567	17,6389	0568	17,6106	0016	9984	45	47	5141
0611	14	30	0610	16,3804	0612	16,3499	0019	9981	30	46	5097
0654	15	45	0654	15,2898	0655	15,2571	0021	9979	15	45	5053
0698	16	4 0	0698	14,3356	0699	14,3007	1,0024	0,9976	0 86	44	1,5010
0742	17	15	0741	13,4937	0743	13,4566	0028	9973	45	43	4966
0785	18	30	0785	12,7455	0787	12,7062	0031	9969	30	42	4923
0829	19	45	0828	12,0761	0831	12,0346	0034	9966	15	41	4879
0873	20	5 0	0872	11,4737	0875	11,4301	1,0038	0,9962	0 85	40	1,4835
0916	21	15	0915	10,9288	0919	10,8829	0042	9958	45	39	4792
0960	22	30	0958	10,4334	0963	10,3854	0046	9954	30	38	4748
1004	23	45	1002	9,9812	1007	9,9310	0051	9950	15	37	4704
1047	24	6 0	1045	9,5668	1051	9,5144	1,0055	0,9945	0 84	36	1,4661
1091	25	15	1089	9,1855	1095	9,1309	0060	9941	45	35	4617
1134	26	30	1132	8,8337	1139	8,7769	0065	9936	30	34	4573
1178	27	45	1175	8,5079	1184	8,4490	0070	9931	15	33	4530
1222	28	7 0	1219	8,2055	1228	8,1443	1,0075	0,9925	0 83	32	1,4486
1265	29	15	1262	7,9240	1272	7,8606	0081	9920	45	31	4443
1309	30	30	1305	7,6613	1317	7,5958	0086	9914	30	30	4399
1353	31	45	1349	7,4156	1361	7,3479	0092	9909	15	29	4355
1396	32	8 0	1392	7,1853	1405	7,1154	1,0098	0,9903	0 82	28	1,4312
1440	33	15	1435	6,9690	1450	6,8969	0105	9897	45	27	4268
1484	34	30	1478	6,7655	1495	6,6912	0111	9890	30	26	4224
1527	35	45	1521	6,5736	1539	6,4971	0118	9884	15	25	4181
1571	36	9 0	1564	6,3925	1584	6,3138	1,0125	0,9877	0 81	24	1,4137
1614	37	15	1607	6,2211	1629	6,1402	0132	9870	45	23	4094
1658	38	30	1650	6,0589	1673	5,9758	0139	9863	30	22	4050
1702	39	45	1693	5,9049	1718	5,8197	0147	9856	15	21	4006
1745	40	10 0	1736	5,7588	1763	5,6713	1,0154	0,9848	0 80	20	1,3963
1789	41	15	1779	5,6198	1808	5,5301	0162	9840	45	19	3919
1833	42	30	1822	5,4874	1853	5,3955	0170	9833	30	18	3875
1876	43	45	1865	5,3612	1899	5,2672	0179	9825	15	17	3832
1920	44	11 0	1908	5,2408	1944	5,1446	1,0187	0,9816	0 79	16	1,3788
1963	45	15	1951	5,1258	1989	5,0273	0196	9808	45	15	3744
2007	46	30	1994	5,0159	2035	4,9152	0205	9799	30	14	3701
2051	47	45	2036	4,9106	2080	4,8077	0214	9790	15	13	3657
2094	48	12 0	2079	4,8097	2126	4,7046	1,0223	0,9781	0 78	12	1,3614
2138	49	15	2122	4,7130	2171	4,6057	0233	9772	45	11	3570
2182	50	30	2164	4,6202	2217	4,5107	0243	9763	30	10	3526
2225	51	45	2207	4,5311	2263	4,4194	0253	9753	15	9	3483
2269	52	13 0	2250	4,4454	2309	4,3315	1,0263	0,9744	0 77	8	1,3439
2313	53	15	2292	4,3630	2355	4,2468	0273	9734	45	7	3395
2356	54	30	2334	4,2837	2401	4,1653	0284	9724	30	6	3352
2400	55	45	2377	4,2072	2447	4,0867	0295	9713	15	5	3308
2443	56	14 0	2419	4,1336	2493	4,0108	1,0306	9703	0 76	4	1,3265
2487	57	15	2462	4,0625	2540	3,9375	0317	9692	45	3	3221
2531	58	30	2504	3,9939	2586	3,8667	0329	9681	30	2	3177
2574	59	45	2546	3,9277	2633	3,7983	0341	9670	15	1	3134
2618	60	15 0	2588	3,8637	2679	3,7321	1,0353	9659	0 75	0	1,3090
R. o.	m 0h	° ′	o,		o,			o,	′ °	m 5h	R
			Cos.	Séc.	Cotg.	Tang.	Coséc.	Sinus.	Arc.		

DES FONCTIONS CIRCULAIRES.

Arc.				Sinus	Coséc.	Tang	Cotang.	Séc.	Cos.				
R 0,	1h m	°	'	0,		0,			0,	'	°	4h m	R
2618	0	15	0	2588	3,8637	2679	3,7321	1,0353	9659	0	75	60	1,3090
2662	1		15	2630	8018	2726	6680	0366	9648	45		59	3046
2705	2		30	2672	7420	2773	6059	0377	9636	30		58	3003
2749	3		45	2714	6840	2820	5457	0390	9625	15		57	2959
2793	4	16	0	2756	3,6280	2867	3,4874	1,0403	9613	0	74	56	1,2915
2836	5		15	2798	5736	2915	4308	0416	9600	45		55	2872
2880	6		30	2840	5209	2962	3759	0429	9588	30		54	2828
2923	7		45	2882	4699	3010	3226	0443	9576	15		53	2785
2967	8	17	0	2924	3,4203	3057	3,2709	1,0457	9563	0	73	52	1,2741
3011	9		15	2965	3722	3105	2205	0471	9550	45		51	2697
3054	10		30	3007	3255	3153	1716	0485	9537	30		50	2654
3098	11		45	3049	2801	3201	1240	0500	9524	15		49	2610
3142	12	18	0	3090	3,2361	3249	3,0777	1,0515	9511	0	72	48	1,2566
3185	13		15	3132	1932	3298	3,0326	0530	9497	45		47	2523
3229	14		30	3173	1515	3346	2,9887	0545	9483	30		46	2479
3272	15		45	3214	1110	3395	9459	0560	9469	15		45	2435
3316	16	19	0	3256	3,0716	3443	2,9042	1,0576	9455	0	71	44	1,2392
3360	17		15	3297	3,0331	3492	8636	0592	9441	45		43	2348
3403	18		30	3338	2,9957	3541	8239	0608	9426	30		42	2305
3447	19		45	3379	9593	3590	7852	0625	9412	15		41	2261
3491	20	20	0	3420	2,9238	3640	2,7475	1,0642	9397	0	70	40	1,2217
3534	21		15	3461	8892	3689	7106	0659	9382	45		39	2174
3578	22		30	3502	8555	3739	6746	0676	9367	30		38	2130
3622	23		45	3543	8225	3789	6395	0694	9351	15		37	2086
3665	24	21	0	3584	2,7904	3839	2,6051	1,0711	9336	0	69	36	1,2043
3709	25		15	3624	7591	3889	5715	0730	9320	45		35	1999
3752	26		30	3665	7285	3939	5386	0748	9304	30		34	1956
3796	27		45	3706	6986	3990	5065	0766	9288	15		33	1912
3840	28	22	0	3746	2,6695	4040	2,4751	1,0785	9272	0	68	32	1,1868
3883	29		15	3786	6410	4091	4443	0804	9255	45		31	1825
3927	30		30	3827	6131	4142	4142	0824	9239	30		30	1781
3971	31		45	3867	5859	4193	3847	0844	9222	15		29	1737
4014	32	23	0	3907	2,5593	4245	2,3559	1,0864	9205	0	67	28	1,1694
4058	33		15	3947	5333	4296	3276	0884	9188	45		27	1650
4102	34		30	3987	5078	4348	2998	0904	9171	30		26	1606
4145	35		45	4027	4830	4400	2727	0925	9153	15		25	1563
4189	36	24	0	4067	2,4586	4452	2,2460	1,0946	9135	0	66	24	1,1519
4232	37		15	4107	4348	4505	2199	0968	9118	45		23	1476
4276	38		30	4147	4114	4557	1943	0989	9100	30		22	1432
4320	39		45	4187	3886	4610	1692	1011	9081	15		21	1388
4363	40	25	0	4226	2,3662	4663	2,1445	1,1034	9063	0	65	20	1,1345
4407	41		15	4266	3443	4716	1203	1056	9045	45		19	1301
4451	42		30	4305	3228	4770	0965	1079	9026	30		18	1257
4494	43		45	4344	3018	4823	0732	1102	9007	15		17	1214
4538	44	26	0	4384	2,2812	4877	2,0503	1,1126	8988	0	64	16	1,1170
4581	45		15	4423	2610	4931	0278	1150	8969	45		15	1126
4625	46		30	4462	2412	4986	2,0057	1174	8949	30		14	1083
4669	47		45	4501	2217	5040	1,9840	1198	8930	15		13	1039
4712	48	27	0	4540	2,2027	5095	1,9626	1,1223	8910	0	63	12	1,0996
4756	49		15	4579	1840	5150	9416	1248	8890	45		11	0952
4800	50		30	4617	1657	5206	9210	1274	8870	30		10	0908
4843	51		45	4656	1477	5261	9007	1300	8850	15		9	0865
4887	52	28	0	4695	2,1301	5317	1,8807	1,1326	8829	0	62	8	1,0821
4931	53		15	4733	1127	5373	8611	1352	8809	45		7	0777
4974	54		30	4772	0957	5430	8418	1379	8788	30		6	0734
5018	55		45	4810	0791	5486	8228	1406	8767	15		5	0690
5061	56	29	0	4848	2,0627	5543	1,8040	1,1434	8746	0	61	4	1,0647
5105	57		15	4886	0466	5600	7856	1461	8725	45		3	0603
5149	58		30	4924	0308	5658	7675	1490	8704	30		2	0559
5192	59		45	4962	0152	5715	7496	1518	8682	15		1	0516
5236	60	30	0	5000	2,0000	5774	1,7321	1,1547	8660	0	60	0	1,0472
0, R	m 1h	°	'	0,		0,			0,	'	°	m 4h	R
				Cos.	Séc.	Cotg.	Tang.	Coséc.	Sinus.	Arc.			

IX. (Suite.) — VALEURS NATURELLES DES FONCTIONS CIRCULAIRES.

Arc.			Sinus	Coséc.	Tang.	Cotang.	Séc.	Cos.			
R 0.	2^h m	° ′	0.					0.	′ °	3^h m	R
5236	0	**30 0**	5000	2,0000	0,5774	1,7321	1,1547	8660	**0 60**	60	1,0472
5280	1	**15**	5038	1,9850	5832	7147	1576	8638	**45**	59	0428
5323	2	**30**	5075	9703	5890	6977	1606	8616	**30**	58	0385
5367	3	**45**	5113	9558	5949	6808	1636	8594	**15**	57	0341
5411	4	**31 0**	5150	1,9416	0,6009	1,6643	1,1666	8572	**0 59**	56	1,0297
5454	5	**15**	5188	9276	6068	6479	1697	8549	**45**	55	0254
5498	6	**30**	5225	9139	6128	6319	1728	8526	**30**	54	0210
5541	7	**45**	5262	9004	6188	6160	1760	8504	**15**	53	0167
5585	8	**32 0**	5299	1,8871	0,6249	1,6003	1,1792	8480	**0 58**	52	1,0123
5629	9	**15**	5336	8740	6310	5849	1824	8457	**45**	51	0079
5672	10	**30**	5373	8612	6371	5697	1857	8434	**30**	50	1,0036
5716	11	**45**	5410	8485	6432	5547	1890	8410	**15**	49	0,9992
5760	12	**33 0**	5446	1,8361	0,6494	1,5399	1,1924	8387	**0 57**	48	0,9948
5803	13	**15**	5483	8238	6556	5253	1958	8363	**45**	47	9905
5847	14	**30**	5519	8118	6619	5108	1992	8339	**30**	46	9861
5890	15	**45**	5556	8000	6682	4966	2027	8315	**15**	45	9817
5934	16	**34 0**	5592	1,7883	0,6745	1,4826	1,2062	8290	**0 56**	44	0,9774
5978	17	**15**	5628	7768	6809	4687	2098	8266	**45**	43	9730
6021	18	**30**	5664	7655	6873	4550	2134	8241	**30**	42	9687
6065	19	**45**	5700	7544	6937	4415	2171	8216	**15**	41	9643
6109	20	**35 0**	5736	1,7434	0,7002	1,4281	1,2208	8192	**0 55**	40	0,9599
6152	21	**15**	5771	7327	7067	4150	2245	8166	**45**	39	9556
6196	22	**30**	5807	7221	7133	4019	2283	8141	**30**	38	9512
6240	23	**45**	5842	7116	7199	3891	2322	8116	**15**	37	9468
6283	24	**36 0**	5878	1,7013	0,7265	1,3764	1,2361	8090	**0 54**	36	0,9425
6327	25	**15**	5913	6912	7332	3638	2400	8064	**45**	35	9381
6370	26	**30**	5948	6812	7400	3514	2440	8039	**30**	34	9338
6414	27	**45**	5983	6713	7467	3392	2480	8013	**15**	33	9294
6458	28	**37 0**	6018	1,6616	0,7536	1,3270	1,2521	7986	**0 53**	32	0,9250
6501	29	**15**	6053	6521	7604	3151	2563	7960	**45**	31	9207
6545	30	**30**	6088	6427	7673	3032	2605	7934	**30**	30	9163
6589	31	**45**	6122	6334	7743	2915	2647	7907	**15**	29	9119
6632	32	**38 0**	6157	1,6243	0,7813	1,2799	1,2690	7880	**0 52**	28	0,9076
6676	33	**15**	6191	6153	7883	2685	2734	7853	**45**	27	9032
6720	34	**30**	6225	6064	7954	2572	2778	7826	**30**	26	8988
6763	35	**45**	6259	5976	8026	2460	2822	7799	**15**	25	8945
6807	36	**39 0**	6293	1,5890	0,8098	1,2349	1,2868	7771	**0 51**	24	0,8901
6850	37	**15**	6327	5805	8170	2239	2913	7744	**45**	23	8858
6894	38	**30**	6361	5721	8243	2131	2960	7716	**30**	22	8814
6938	39	**45**	6394	5639	8317	2024	3007	7688	**15**	21	8770
6981	40	**40 0**	6428	1,5557	0,8391	1,1918	1,3054	7660	**0 50**	20	0,8727
7025	41	**15**	6461	5477	8466	1812	3102	7632	**45**	19	8683
7069	42	**30**	6494	5398	8541	1708	3151	7604	**30**	18	8639
7112	43	**45**	6528	5320	8617	1606	3200	7576	**15**	17	8596
7156	44	**41 0**	6561	1,5243	0,8693	1,1504	1,3250	7547	**0 49**	16	0,8552
7199	45	**15**	6593	5167	8770	1403	3301	7518	**45**	15	8508
7243	46	**30**	6626	5092	8847	1303	3352	7490	**30**	14	8465
7287	47	**45**	6659	5018	8925	1204	3404	7461	**15**	13	8421
7330	48	**42 0**	6691	1,4945	0,9004	1,1106	1,3456	7431	**0 48**	12	0,8378
7374	49	**15**	6724	4873	9083	1009	3510	7402	**45**	11	8334
7418	50	**30**	6756	4802	9163	0913	3563	7373	**30**	10	8290
7461	51	**45**	6788	4732	9244	0818	3618	7343	**15**	9	8247
7505	52	**43 0**	6820	1,4663	0,9325	1,0724	1,3673	7314	**0 47**	8	0,8203
7549	53	**15**	6852	4595	9407	0630	3729	7284	**45**	7	8159
7592	54	**30**	6884	4527	9490	0538	3786	7254	**30**	6	8116
7636	55	**45**	6915	4461	9573	0446	3843	7224	**15**	5	8072
7679	56	**44 0**	6947	1,4396	0,9657	1,0355	1,3902	7193	**0 46**	4	0,8029
7723	57	**15**	6978	4331	9742	0265	3961	7163	**45**	3	7985
7767	58	**30**	7009	4267	9827	0176	4020	7133	**30**	2	7941
7810	59	**45**	7040	4204	9913	0088	4081	7102	**15**	1	7898
7854	60	**45 0**	7071	1,4142	1,0000	1,0000	1,4142	7071	**0 45**	0	0,7854
0. R	m 2^h	° ′	0.					0.	′ °	m 3^h	R
			Cos.	Séc.	Cotg.	Tang.	Coséc.	Sin.	Arc.		

X. — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES DE MINUTE EN MINUTE

pour les 100 premières minutes, et de 10 en 10 minutes pour le reste du quadrant.

Arc. °	′	Sin.	Tang.	Cotg.	Cos.	′	°
0	0	»	»	»	0,0000	0	90
	1	$\bar{4}$,4637	$\bar{4}$,4637	3,5363	0000	59	
	2	7648	7648	2352	0000	58	
	3	$\bar{4}$,9408	$\bar{4}$,9408	3,0592	0000	57	
	4	$\bar{3}$,0658	$\bar{3}$,0658	2,9342	0000	56	
	5	1627	1627	8373	0000	55	
0	6	$\bar{3}$,2419	$\bar{3}$,2419	2,7581	0,0000	54	89
	7	3088	3088	6912	0000	53	
	8	3668	3668	6332	0000	52	
	9	4180	4180	5820	0000	51	
	10	4637	4637	5363	0000	50	
	11	5051	5051	4949	0000	49	
0	12	$\bar{3}$,5429	$\bar{3}$,5429	2,4571	0,0000	48	89
	13	5777	5777	4223	0000	47	
	14	6099	6099	3901	0000	46	
	15	6398	6398	3602	0000	45	
	16	6678	6678	3322	0000	44	
	17	6942	6942	3058	0000	43	
0	18	$\bar{3}$,7190	$\bar{3}$,7190	2,2810	0,0000	42	89
	19	7425	7425	2575	0000	41	
	20	7648	7648	2352	0000	40	
	21	7859	7860	2140	0000	39	
	22	8061	8062	1938	0000	38	
	23	8255	8255	1745	0000	37	
0	24	$\bar{3}$,8439	$\bar{3}$,8439	2,1561	0,0000	36	89
	25	8617	8617	1383	0000	35	
	26	8787	8787	1213	0000	34	
	27	8951	8951	1049	0000	33	
	28	9109	9109	0891	0000	32	
	29	9261	9261	0739	0000	31	
0	30	$\bar{3}$,9408	$\bar{3}$,9409	2,0591	0,0000	30	89
	31	9551	9551	0449	0000	29	
	32	9689	9689	0311	0000	28	
	33	9822	9823	0177	0000	27	
	34	$\bar{3}$,9952	$\bar{3}$,9952	2,0048	0000	26	
	35	$\bar{2}$,0078	$\bar{2}$,0078	1,9922	0000	25	
0	36	$\bar{2}$,0200	$\bar{2}$,0200	1,9800	0,0000	24	89
	37	0319	0319	9681	0000	23	
	38	0435	0435	9565	0000	22	
	39	0548	0548	9452	0000	21	
	40	0658	0658	9342	0000	20	
	41	0765	0765	9235	0000	19	
0	42	$\bar{2}$,0870	$\bar{2}$,0870	1,9130	0,0000	18	89
	43	0972	0972	9028	0000	17	
	44	1072	1072	8928	0000	16	
	45	1169	1170	8830	0000	15	
	46	1265	1265	8735	0000	14	
	47	1358	1359	8641	0000	13	
0	48	$\bar{2}$,1450	$\bar{2}$,1450	1,8550	0,0000	12	89
	49	1539	1540	8460	0000	11	
	50	1627	1627	8373	0000	10	
	51	1713	1713	8287	0000	9	
	52	1797	1798	8202	0,0000	8	
	53	1880	1880	8120	$\bar{1}$,9999	7	
0	54	$\bar{2}$,1961	$\bar{2}$,1962	1,8038	$\bar{1}$,9999	6	89
	55	2041	2041	7959	9999	5	
	56	2119	2120	7880	9999	4	
	57	2196	2196	7804	9999	3	
	58	2271	2272	7728	9999	2	
	59	2346	2346	7654	9999	1	
1	0	$\bar{2}$,2419	$\bar{2}$,2419	1,7581	$\bar{1}$,9999	0	89
		Cos.	Cotg.	Tang.	Sin.	Arc.	

Arc. °	′	Sin.	Tang.	Cotg.	Cos.	′	°
1	0	$\bar{2}$,2419	$\bar{2}$,2419	1,7581	$\bar{1}$,9999	0	89
	1	2490	2491	7509	9999	59	
	2	2561	2562	7438	9999	58	
	3	2630	2631	7369	9999	57	
	4	2699	2700	7300	9999	56	
	5	2766	2767	7233	9999	55	
1	6	$\bar{2}$,2832	$\bar{2}$,2833	1,7167	$\bar{1}$,9999	54	88
	7	2898	2899	7101	9999	53	
	8	2962	2963	7037	9999	52	
	9	3025	3026	6974	9999	51	
	10	3088	3089	6911	9999	50	
	11	3150	3150	6850	9999	49	
1	12	$\bar{2}$,3210	$\bar{2}$,3211	1,6789	$\bar{1}$,9999	48	88
	13	3270	3271	6729	9999	47	
	14	3329	3330	6670	9999	46	
	15	3388	3389	6611	9999	45	
	16	3445	3446	6554	9999	44	
	17	3502	3503	6497	9999	43	
1	18	$\bar{2}$,3558	$\bar{2}$,3559	1,6441	$\bar{1}$,9999	42	88
	19	3613	3614	6386	9999	41	
	20	3668	3669	6331	9999	40	
	21	3722	3723	6277	9999	39	
	22	3775	3776	6224	9999	38	
	23	3828	3829	6171	9999	37	
1	24	$\bar{2}$,3880	$\bar{2}$,3881	1,6119	$\bar{1}$,9999	36	88
	25	3931	3932	6068	9999	35	
	26	3982	3983	6017	9999	34	
	27	4032	4033	5967	9999	33	
	28	4082	4083	5917	9999	32	
	29	4131	4132	5868	9999	31	
1	30	$\bar{2}$,4179	$\bar{2}$,4181	1,5819	$\bar{1}$,9999	30	88
	31	4227	4229	5771	9998	29	
	32	4275	4276	5724	9998	28	
	33	4322	4323	5677	9998	27	
	34	4368	4370	5630	9998	26	
	35	4414	4416	5584	9998	25	
1	36	$\bar{2}$,4459	$\bar{2}$,4461	1,5539	$\bar{1}$,9998	24	88
	37	4504	4506	5494	9998	23	
	38	4549	4551	5449	9998	22	
	39	4593	4595	5405	9998	21	
	40	4637	4638	5362	9998	20	
	50	5050	5053	4947	9998	10	
2	0	$\bar{2}$,5428	$\bar{2}$,5431	1,4569	$\bar{1}$,9997	0	88
	10	5776	5779	4221	9997	50	
	20	6097	6101	3899	9996	40	
	30	6397	6401	3599	9996	30	
	40	6677	6682	3318	9995	20	
	50	6940	6945	3055	9995	10	
3	0	$\bar{2}$,7188	$\bar{2}$,7194	1,2806	$\bar{1}$,9994	0	87
	10	7423	7429	2571	9993	50	
	20	7645	7652	2348	9993	40	
	30	7857	7865	2135	9992	30	
	40	8059	8067	1933	9991	20	
	50	8251	8261	1739	9990	10	
4	0	$\bar{2}$,8436	$\bar{2}$,8446	1,1554	$\bar{1}$,9989	0	86
	10	8613	8624	1376	9989	50	
	20	8783	8795	1205	9988	40	
	30	8946	8960	1040	9987	30	
	40	9104	9118	0882	9986	20	
	50	9256	9272	0728	9985	10	
5	0	$\bar{2}$,9403	$\bar{2}$,9420	1,0580	$\bar{1}$,9983	0	85
		Cos.	Cotg.	Tang.	Sin.	Arc	

X. (Suite.) — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES

Arc.	Sin.	d	Tg.	d	Cotg	Cos.	
	$\bar{2}$.		$\bar{2}$.		1.	$\bar{1}$.	
5° 0′	[illegible]	137	[illegible]	140	[illegible]	9983	0′ 85°
10	[illegible]	137	0563	138	0437	9982	50
20	[illegible]	133	[illegible]	135	0299	9981	40
30	[illegible]	130	9836	130	0164	9980	30
40	[illegible]	128	9966	127	0034	9979	20
50	[illegible]	122	[illegible]	123	9907	9977	10
6 0	[illegible]	119	0216	120	9784	9976	0 84
10	[illegible]	115	0336	117	9664	9975	50
20	[illegible]	113	0453	114	[illegible]	9973	40
30	[illegible]	109	0567	111	9433	9972	30
40	0648	107	0678	108	9322	9971	20
50	0755	104	0786	105	9214	9969	10
7 0	0859	101	0891	104	9109	9968	0 83
10	[illegible]	99	0995	101	9005	[illegible]	50
20	1060	97	1096	98	8904	9964	40
30	1157	95	1194	97	8806	9963	30
40	1252	93	1291	94	8709	9961	20
50	1345	91	1385	93	8615	9959	10
8 0	1436	89	1478	91	8522	9958	0 82
10	1525	87	1569	89	8431	9956	50
20	1612	85	1658	87	8342	9954	40
30	1697	84	1745	86	8255	9952	30
40	1781	82	1831	84	8169	9950	20
50	1863	80	1915	82	8085	9948	10
9 0	1943	79	1997	81	8003	9946	0 81
10	2022	78	2078	80	7922	9944	50
20	2100	76	2158	78	7842	9942	40
30	2176	75	2236	77	7764	9940	30
40	2251	73	2313	76	7687	9938	20
50	2324	73	2389	74	7611	9936	10
10 0	2397	71	2463	73	7537	9934	0 80
10	2468	70	2536	73	7464	9931	50
20	2538	68	2609	71	7391	9929	40
30	2606	68	2680	70	7320	9927	30
40	2674	66	2750	69	7250	9924	20
50	2740	66	2819	68	7181	9922	10
11 0	2806	64	2887	66	7113	9919	0 79
10	2870	64	2953	67	7047	9917	50
20	2934	63	3020	65	6980	9914	40
30	2997	61	3085	64	6915	9912	30
40	3058	61	3149	63	6851	9909	20
50	3119	60	3212	63	6788	9907	10
12 0	3179	59	3275	61	6725	9904	0 78
10	3238	58	3336	61	6664	9901	50
20	[illegible]	57	3397	61	6603	9899	40
30	[illegible]	57	3458	59	6542	9896	30
40	[illegible]	56	3517	59	6483	9893	20
50	[illegible]	55	3576	58	6424	9890	10
13 0	3521	54	3634	57	6366	9887	0 77
10	3575	54	3691	57	6309	9884	50
20	[illegible]	53	3748	56	6252	9881	40
30	[illegible]	52	3804	55	6196	9878	30
40	[illegible]	52	3859	55	6141	9875	20
50	[illegible]	51	3914	54	6086	9872	10
14 0	3837	50	3968	54	6032	9869	0 76
10	3887	50	4021	53	5979	9866	50
20	3937	49	4074	53	5926	9863	40
30	3986	49	4127	51	5873	9859	30
40	4035	48	4178	52	[illegible]	9856	20
50	[illegible]	47	4230	51	5770	[illegible]	10
15 0	4130		4281		5719	9849	0 75
° ′	$\bar{1}$.		$\bar{1}$,		0.	$\bar{1}$.	′ °
	Cos.	d	Cotg	d	Tg.	Sin.	Arc.

Arc.	Sin.	d	Tg.	d	Cotg	Cos	
	$\bar{1}$.		$\bar{1}$.		0.	$\bar{1}$.	
15° 0′	4130	47	4281	50	5719	9849	0′ 75°
10	4177	46	4331	50	5669	9846	50
20	4223	46	4381	49	5619	9843	40
30	4269	45	4430	49	5570	9839	30
40	4314	45	4479	48	5521	9836	20
50	4359	44	4527	48	5473	9832	10
16 0	4403	44	4575	47	5425	9828	0 74
10	4447	44	4622	47	5378	9825	50
20	4491	42	4669	47	5331	9821	40
30	4533	43	4716	46	5284	9817	30
40	4576	42	4762	46	5238	9814	20
50	4618	41	4808	45	5192	9810	10
17 0	4659	41	4853	45	5147	9806	0 73
10	4700	41	4898	45	5102	9802	50
20	4741	40	4943	44	5057	9798	40
30	4781	40	4987	44	5013	9794	30
40	4821	40	5031	44	4969	9790	20
50	4861	39	5075	43	4925	9786	10
18 0	4900	39	5118	43	4882	9782	0 72
10	4939	38	5161	42	4839	9778	50
20	4977	38	5203	42	4797	9774	40
30	5015	37	5245	42	4755	9770	30
40	5052	38	5287	42	4713	9765	20
50	5090	36	5329	41	4671	9761	10
19 0	5126	37	5370	41	4630	9757	0 71
10	5163	36	5411	40	4589	9752	50
20	5199	36	5451	40	4549	9748	40
30	5235	35	5491	40	4509	9743	30
40	5270	36	5531	40	4469	9739	20
50	5306	35	5571	40	4429	9734	10
20 0	5341	34	5611	39	4389	9730	0 70
10	5375	34	5650	39	4350	9725	50
20	5409	34	5689	38	4311	9721	40
30	5443	34	5727	39	4273	9716	30
40	5477	33	5766	38	4234	9711	20
50	5510	33	5804	38	4196	9706	10
21 0	5543	33	5842	37	4158	9702	0 69
10	5576	33	5879	38	4121	9697	50
20	5609	32	5917	37	4083	9692	40
30	5641	32	5954	37	4046	9687	30
40	5673	31	5991	37	4009	9682	20
50	5704	32	6028	36	3972	9677	10
22 0	5736	31	6064	36	3936	9672	0 68
10	5767	31	6100	36	3900	9667	50
20	5798	30	6136	36	3864	9661	40
30	5828	31	6172	36	3828	9656	30
40	5859	30	6208	35	3792	9651	20
50	5889	30	6243	36	3757	9646	10
23 0	5919	29	6279	35	3721	9640	0 67
10	5948	30	6314	34	3686	9635	50
20	5978	29	6348	35	3652	9629	40
30	6007	29	6383	34	3617	9624	30
40	6036	29	6417	35	3583	9618	20
50	6065	28	6452	34	3548	9613	10
24 0	6093	28	6486	34	3514	9607	0 66
10	6121	28	6520	33	3480	9602	50
20	6149	28	6553	34	3447	9596	40
30	6177	28	6587	33	3413	9590	30
40	6205	27	6620	34	3380	9584	20
50	6232	27	6654	33	3346	9579	10
25 0	6259		6687		3313	9573	0 65
° ′	$\bar{1}$,		$\bar{1}$,		0,	$\bar{1}$,	′ °
	Cos.	d	Cotg	d	Tg.	Sin.	Arc

Arc.		Sin.	d	Tg.	d	Cotg	d	Cos.		
		$\bar{1}$,		$\bar{1}$,		0,		$\bar{1}$,		
25°	0'	[illegible]	[illegible]	[illegible]	33	[illegible]	6	[illegible]	0'	65°
	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	32	3280	6	9567	50	
	20	[illegible]	27	[illegible]	33	3248	6	[illegible]	40	
	30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	32	3215	6	[illegible]	30	
	40	[illegible]	[illegible]	6817	33	3183	6	9549	20	
	50	[illegible]	[illegible]	6850	[illegible]	3150	6	9543	10	
26	0	6418	26	6882	32	3118	7	9537	0	64
	10	6444	26	6914	31	3086	6	9530	50	
	20	[illegible]	25	[illegible]	31	3054	6	[illegible]	40	
	30	[illegible]	[illegible]	6977	32	3023	6	9518	30	
	40	[illegible]	25	[illegible]	31	2991	7	9512	20	
	50	6546	[illegible]	7040	32	2960	6	[illegible]	10	
27	0	6570	25	7072	31	2928	7	[illegible]	0	63
	10	[illegible]	25	7103	31	2897	6	9492	50	
	20	[illegible]	[illegible]	7134	31	2866	7	9486	40	
	30	6644	24	7165	31	2835	6	9479	30	
	40	6668	24	7196	30	2804	7	9473	20	
	50	6692	[illegible]	7226	31	2774	7	9466	10	
28	0	6716	24	7257	30	2743	6	9459	0	62
	10	6740	23	7287	[illegible]	2713	7	9453	50	
	20	6763	[illegible]	7317	31	2683	7	9446	40	
	30	6787	[illegible]	7348	30	2652	7	9439	30	
	40	6810	23	7378	30	2622	7	9432	20	
	50	6833	23	7408	[illegible]	2592	7	9425	10	
29	0	6856	22	7438	[illegible]	2562	7	9418	0	61
	10	6878	23	7467	[illegible]	2533	7	9411	50	
	20	6901	22	7497	29	2503	7	9404	40	
	30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2474	7	9397	30	
	40	[illegible]	22	7556	[illegible]	2444	7	9390	20	
	50	6968	22	7585	[illegible]	2415	8	9383	10	
30	0	[illegible]	[illegible]	7614	[illegible]	2386	7	9375	0	60
	10	7012	21	7644	29	2356	7	9368	50	
	20	7033	[illegible]	7673	[illegible]	2327	8	9361	40	
	30	7055	21	7701	[illegible]	2299	7	9353	30	
	40	7076	21	7730	29	2270	8	9346	20	
	50	7097	21	7759	29	2241	7	9338	10	
31	0	7118	21	7788	28	2212	8	9331	0	59
	10	7139	21	7816	[illegible]	2184	8	9323	50	
	20	7160	21	7845	[illegible]	2155	7	9315	40	
	30	7181	[illegible]	7873	[illegible]	2127	8	9308	30	
	40	7201	21	[illegible]	28	2098	8	9300	20	
	50	7222	20	7930	[illegible]	2070	8	9292	10	
32	0	7242	20	7958	28	2042	8	9284	0	58
	10	7262	20	7986	28	2014	8	9276	50	
	20	7282	[illegible]	8014	[illegible]	1986	8	9268	40	
	30	7302	20	8042	[illegible]	1958	8	9260	30	
	40	[illegible]	19	8070	27	1930	8	9252	20	
	50	7342	19	8097	28	1903	8	9244	10	
33	0	7361	19	8125	[illegible]	1875	8	9236	0	57
	10	7380	[illegible]	8153	[illegible]	1847	9	9228	50	
	20	[illegible]	19	8180	[illegible]	1820	8	9219	40	
	30	7419	19	8208	27	1792	8	9211	30	
	40	7438	19	8235	[illegible]	1765	9	9203	20	
	50	7457	19	8263	27	1737	8	9194	10	
34	0	7476	18	8290	27	1710	9	9186	0	56
	10	7494	19	8317	27	1683	8	9177	50	
	20	7513	18	8344	[illegible]	1656	9	9169	40	
	30	7531	19	8371	27	1629	9	9160	30	
	40	7550	18	8398	27	1602	9	9151	20	
	50	7568	18	8425	27	1575	[illegible]	9142	10	
35	0	[illegible]		[illegible]		1548		9134	0	55
°	'	$\bar{1}$.		$\bar{1}$,		0,		$\bar{1}$.	'	°
		Cos.	d	Cotg	d	Tg.	d	Sin.	Arc.	

Arc.		Sin.	d	Tg.	d	Cotg	d	Cos.		
		$\bar{1}$,		$\bar{1}$,		0,		$\bar{1}$,		
35°	0'	7586	18	8452	27	1548	9	9134	0'	55°
	10	7604	18	8479	27	1521	9	9125	50	
	20	7622	18	8506	27	1494	9	9116	40	
	30	7640	17	8533	26	1467	9	9107	30	
	40	7657	18	8559	27	1441	9	9098	20	
	50	7675	17	8586	27	1414	9	9089	10	
36	0	7692	18	8613	26	1387	10	9080	0	54
	10	7710	17	8639	27	1361	9	9070	50	
	20	7727	17	8666	26	1334	9	9061	40	
	30	7744	17	8692	26	1308	10	9052	30	
	40	7761	17	8718	27	1282	9	9042	20	
	50	7778	17	8745	26	1255	10	9033	10	
37	0	7795	16	8771	26	1229	9	9023	0	53
	10	7811	17	8797	27	1203	10	9014	50	
	20	7828	16	8824	26	1176	9	9004	40	
	30	7844	17	8850	26	1150	10	8995	30	
	40	7861	16	8876	26	1124	10	8985	20	
	50	7877	16	8902	26	1098	10	8975	10	
38	0	7893	17	8928	26	1072	10	8965	0	52
	10	7910	16	8954	26	1046	10	8955	50	
	20	7926	15	8980	26	1020	10	8945	40	
	30	7941	16	9006	26	0994	10	8935	30	
	40	7957	16	9032	26	0968	10	8925	20	
	50	7973	16	9058	26	0942	10	8915	10	
39	0	7989	15	9084	26	0916	10	8905	0	51
	10	8004	16	9110	25	0890	11	8895	50	
	20	8020	15	9135	26	0865	10	8884	40	
	30	8035	15	9161	26	0839	10	8874	30	
	40	8050	16	9187	25	0813	11	8864	20	
	50	8066	15	9212	26	0788	10	8853	10	
40	0	8081	15	9238	26	0762	11	8843	0	50
	10	8096	15	9264	25	0736	11	8832	50	
	20	8111	14	9289	26	0711	11	8821	40	
	30	8125	15	9315	26	0685	10	8810	30	
	40	8140	15	9341	25	0659	11	8800	20	
	50	8155	14	9366	26	0634	11	8789	10	
41	0	8169	15	9392	25	0608	11	8778	0	49
	10	8184	14	9417	26	0583	11	8767	50	
	20	8198	15	9443	25	0557	11	8756	40	
	30	8213	14	9468	25	0532	12	8745	30	
	40	8227	14	9493	26	0507	11	8733	20	
	50	8241	14	9519	25	0481	11	8722	10	
42	0	8255	14	9544	26	0456	12	8711	0	48
	10	8269	14	9570	25	0430	11	8699	50	
	20	8283	14	9595	26	0405	12	8688	40	
	30	8297	14	9621	25	0379	11	8676	30	
	40	8311	13	9646	25	0354	12	8665	20	
	50	8324	14	9671	26	0329	12	8653	10	
43	0	8338	13	9697	25	0303	12	8641	0	47
	10	8351	14	9722	25	0278	11	8629	50	
	20	8365	13	9747	25	0253	12	8618	40	
	30	8378	13	9772	26	0228	12	8606	30	
	40	8391	14	9798	25	0202	12	8594	20	
	50	8405	13	9823	[illegible]	0177	13	8582	10	
44	0	8418	13	9848	26	0152	12	8569	0	46
	10	8431	13	9874	25	0126	12	8557	50	
	20	8444	13	9899	25	0101	13	8545	40	
	30	8457	12	9924	25	0076	12	8532	30	
	40	8469	13	9949	26	0051	13	8520	20	
	50	8482	13	9975	25	0025	12	8507	10	
45	0	8495		0000		0000		8495	0	45
°	'	$\bar{1}$,		$\bar{1}$,		0,		$\bar{1}$,	'	°
		Cos.	d	Cotg	d	Tg.	d	Sin.	Arc	

XI. — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES

Log. sinus.

	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9	1°,0	
Deg.	**0′**	**6′**	**12′**	**18′**	**24′**	**30′**	**36′**	**42′**	**48′**	**54′**	**60′**	
0	$\bar{3}$, »	2419	5429	7190	8439	9408	*0200	*0870	*1450	*1961	*2419	**89**
1	$\bar{2}$,2419	2832	3210	3558	3880	4179	4459	4723	4971	5206	5428	**88**
2	5428	5640	5842	6035	6220	6397	6567	6731	6889	7041	7188	**87**
3	7188	7330	7468	7602	7731	7857	7979	8098	8213	8326	8436	**86**
4	8436	8543	8647	8749	8849	8946	9042	9135	9226	9315	9403	**85**
5	$\bar{2}$,9403	9489	9573	9655	9736	9816	9894	9970	*0046	*0120	*0192	**84**
6	$\bar{1}$,0192	0264	0334	0403	0472	0539	0605	0670	0734	0797	0859	**83**
7	0859	0920	0981	1040	1099	1157	1214	1271	1326	1381	1436	**82**
8	1436	1489	1542	1594	1646	1697	1747	1797	1847	1895	1943	**81**
9	1943	1991	2038	2085	2131	2176	2221	2266	2310	2353	2397	**80**
10	$\bar{1}$,2397	2439	2482	2524	2565	2606	2647	2687	2727	2767	2806	**79**
11	2806	2845	2883	2921	2959	2997	3034	3070	3107	3143	3179	**78**
12	3179	3214	3250	3284	3319	3353	3387	3421	3455	3488	3521	**77**
13	3521	3554	3586	3618	3650	3682	3713	3745	3775	3806	3837	**76**
14	3837	3867	3897	3927	3957	3986	4015	4044	4073	4102	4130	**75**
15	$\bar{1}$,4130	4158	4186	4214	4242	4269	4296	4323	4350	4377	4403	**74**
16	4403	4430	4456	4482	4508	4533	4559	4584	4609	4634	4659	**73**
17	4659	4684	4709	4733	4757	4781	4805	4829	4853	4876	4900	**72**
18	4900	4923	4946	4969	4992	5015	5037	5060	5082	5104	5126	**71**
19	5126	5148	5170	5192	5213	5235	5256	5278	5299	5320	5341	**70**
20	$\bar{1}$,5341	5361	5382	5402	5423	5443	5463	5484	5504	5523	5543	**69**
21	5543	5563	5583	5602	5621	5641	5660	5679	5698	5717	5736	**68**
22	5736	5754	5773	5792	5810	5828	5847	5865	5883	5901	5919	**67**
23	5919	5937	5954	5972	5990	6007	6024	6042	6059	6076	6093	**66**
24	6093	6110	6127	6144	6161	6177	6194	6210	6227	6243	6259	**65**
25	$\bar{1}$,6259	6276	6292	6308	6324	6340	6356	6371	6387	6403	6418	**64**
26	6418	6434	6449	6465	6480	6495	6510	6526	6541	6556	6570	**63**
27	6570	6585	6600	6615	6629	6644	6659	6673	6687	6702	6716	**62**
28	6716	6730	6744	6759	6773	6787	6801	6814	6828	6842	6856	**61**
29	6856	6869	6883	6896	6910	6923	6937	6950	6963	6977	6990	**60**
30	$\bar{1}$,6990	7003	7016	7029	7042	7055	7068	7080	7093	7106	7118	**59**
31	7118	7131	7144	7156	7168	7181	7193	7205	7218	7230	7242	**58**
32	7242	7254	7266	7278	7290	7302	7314	7326	7338	7349	7361	**57**
33	7361	7373	7384	7396	7407	7419	7430	7442	7453	7464	7476	**56**
34	7476	7487	7498	7509	7520	7531	7542	7553	7564	7575	7586	**55**
35	$\bar{1}$,7586	7597	7607	7618	7629	7640	7650	7661	7671	7682	7692	**54**
36	7692	7703	7713	7723	7734	7744	7754	7764	7774	7785	7795	**53**
37	7795	7805	7815	7825	7835	7844	7854	7864	7874	7884	7893	**52**
38	7893	7903	7913	7922	7932	7941	7951	7960	7970	7979	7989	**51**
39	7989	7998	8007	8017	8026	8035	8044	8053	8063	8072	8081	**50**
40	$\bar{1}$,8081	8090	8099	8108	8117	8125	8134	8143	8152	8161	8169	**49**
41	8169	8178	8187	8195	8204	8213	8221	8230	8238	8247	8255	**48**
42	8255	8264	8272	8280	8289	8297	8305	8313	8322	8330	8338	**47**
43	8338	8346	8354	8362	8370	8378	8386	8394	8402	8410	8418	**46**
44	8418	8426	8433	8441	8449	8457	8464	8472	8480	8487	8495	**45**
	60′	**54′**	**48′**	**42′**	**36′**	**30′**	**24′**	**18′**	**12′**	**6′**	**0′**	**Deg.**
	1°,0	0°,9	0°,8	0°,7	0°,6	0°,5	0°,4	0°,3	0°,2	0°,1	0°,0	

Log. cosinus.

Minutes en degrés et secondes en minutes.

	0	10	20	30	40	50
	0,	0,	0,	0,	0,	0,
0	0	1(6)	(3)	5	(6)	8(3)
1	01(6)	18(3)	35	51(6)	68(3)	85
2	0(3)	2	3(6)	5(3)	7	8(6)
3	05	21(6)	38(3)	55	71(6)	88(3)
4	0(6)	2(3)	4	5(6)	7(3)	9
5	08(3)	25	41(6)	58(3)	75	91(6)
6	1	2(6)	4(3)	6	7(6)	9(3)
7	11(6)	28(3)	45	61(6)	78(3)	95
8	1(3)	3	4(6)	6(3)	8	9(6)
9	15	31(6)	48(3)	65	81(6)	98(3)

Secondes en degrés.

	0	10	20	30	40	50
	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0
0	0	2(7)	(5)	08(3)	(1)	13(8)
1	02(7)	30(5)	58(3)	086(1)	113(8)	141(6)
2	0(5)	(3)	6(1)	0(8)	11(6)	1(4)
3	08(3)	36(1)	63(8)	091(6)	119(4)	147(2)
4	(1)	3(8)	(6)	09(4)	1(2)	15
5	13(8)	41(6)	69(4)	097(2)	125	152(7)
6	1(6)	(4)	7(2)	1	12(7)	1(5)
7	19(4)	47(2)	75	102(7)	130(5)	158(3)
8	(2	5	(7)	10(5)	1(3)	16(1)
9	25	52(7)	80(5)	108(3)	136(1)	163(8)

DE SIX EN SIX MINUTES, OU DE DIXIÈME EN DIXIÈME DE DEGRÉ.

Log. cosinus.

	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9	1°,0	
Deg.	**0′**	**6′**	**12′**	**18′**	**24′**	**30′**	**36′**	**42′**	**48′**	**54′**	**60′**	
0	0,0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	*9999	*9999	**89**
1	$\bar{1}$,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9998	9998	9998	9998	9997	**88**
2	9997	9997	9997	9996	9996	9996	9996	9995	9995	9994	9994	**87**
3	9994	9994	9993	9993	9992	9992	9991	9991	9990	9990	9989	**86**
4	9989	9989	9988	9988	9987	9987	9986	9985	9985	9984	9983	**85**
5	$\bar{1}$,9983	9983	9982	9981	9981	9980	9979	9978	9978	9977	9976	**84**
6	9976	9975	9975	9974	9973	9972	9971	9970	9969	9968	9968	**83**
7	9968	9967	9966	9965	9964	9963	9962	9961	9960	9959	9958	**82**
8	9958	9956	9955	9954	9953	9952	9951	9950	9949	9947	9946	**81**
9	9946	9945	9944	9943	9941	9940	9939	9937	9936	9935	9934	**80**
10	$\bar{1}$,9934	9932	9931	9929	9928	9927	9925	9924	9922	9921	9919	**79**
11	9919	9918	9916	9915	9913	9912	9910	9909	9907	9906	9904	**78**
12	9904	9902	9901	9899	9897	9896	9894	9892	9891	9889	9887	**77**
13	9887	9885	9884	9882	9880	9878	9876	9875	9873	9871	9869	**76**
14	9869	9867	9865	9863	9861	9859	9857	9855	9853	9851	9849	**75**
15	$\bar{1}$,9849	9847	9845	9843	9841	9839	9837	9835	9833	9831	9828	**74**
16	9828	9826	9824	9822	9820	9817	9815	9813	9811	9808	9806	**73**
17	9806	9804	9801	9799	9797	9794	9792	9789	9787	9785	9782	**72**
18	9782	9780	9777	9775	9772	9770	9767	9764	9762	9759	9757	**71**
19	9757	9754	9751	9749	9746	9743	9741	9738	9735	9733	9730	**70**
20	$\bar{1}$,9730	9727	9724	9722	9719	9716	9713	9710	9707	9704	9702	**69**
21	9702	9699	9696	9693	9690	9687	9684	9681	9678	9675	9672	**68**
22	9672	9669	9666	9662	9659	9656	9653	9650	9647	9643	9640	**67**
23	9640	9637	9634	9631	9627	9624	9621	9617	9614	9611	9607	**66**
24	9607	9604	9601	9597	9594	9590	9587	9583	9580	9576	9573	**65**
25	$\bar{1}$,9573	9569	9566	9562	9558	9555	9551	9548	9544	9540	9537	**64**
26	9537	9533	9529	9525	9522	9518	9514	9510	9506	9503	9499	**63**
27	9499	9495	9491	9487	9483	9479	9475	9471	9467	9463	9459	**62**
28	9459	9455	9451	9447	9443	9439	9435	9431	9427	9422	9418	**61**
29	9418	9414	9410	9406	9401	9397	9393	9388	9384	9380	9375	**60**
30	$\bar{1}$,9375	9371	9367	9362	9358	9353	9349	9344	9340	9335	9331	**59**
31	9331	9326	9322	9317	9312	9308	9303	9298	9294	9289	9284	**58**
32	9284	9279	9275	9270	9265	9260	9255	9251	9246	9241	9236	**57**
33	9236	9231	9226	9221	9216	9211	9206	9201	9196	9191	9186	**56**
34	9186	9181	9175	9170	9165	9160	9155	9149	9144	9139	9134	**55**
35	$\bar{1}$,9134	9128	9123	9118	9112	9107	9101	9096	9091	9085	9080	**54**
36	9080	9074	9069	9063	9057	9052	9046	9041	9035	9029	9023	**53**
37	9023	9018	9012	9006	9000	8995	8989	8983	8977	8971	8965	**52**
38	8965	8959	8953	8947	8941	8935	8929	8923	8917	8911	8905	**51**
39	8905	8899	8893	8887	8880	8874	8868	8862	8855	8849	8843	**50**
40	$\bar{1}$,8843	8836	8830	8823	8817	8810	8804	8797	8791	8784	8778	**49**
41	8778	8771	8765	8758	8751	8745	8738	8731	8724	8718	8711	**48**
42	8711	8704	8697	8690	8683	8676	8669	8662	8655	8648	8641	**47**
43	8641	8634	8627	8620	8613	8606	8598	8591	8584	8577	8569	**46**
44	8569	8562	8555	8547	8540	8532	8525	8517	8510	8502	8495	**45**
	60′	**54′**	**48′**	**42′**	**36′**	**30′**	**24′**	**18′**	**12′**	**6′**	**0′**	**Deg.**
	1°,0	0°,9	0°,8	0°,7	0°,6	0°,5	0°,4	0°,3	0°,2	0°,1	0°,0	

Log. sinus.

Parties décimales du degré en minutes et secondes.

	0°,00	0°,01	0°,02	0°,03	0°,04	0°,05	0°,06	0°,07	0°,08	0°,09
	″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
0	0	0.36,0	1.12,0	1.48,0	2.24,0	3. 0,0	3.36,0	4.12,0	4.48,0	[illegible]
1	3,6	0.39,6	1.15,6	1.51,6	2.27,6	3. 3,6	3.39,6	4.15,6	[illegible]	[illegible]
2	7,2	[illegible]	1.19,2	[illegible]	[illegible]	3. 7,2	3.43,2	4.19,2	[illegible]	[illegible]
3	10,8	0.46,8	[illegible]	[illegible]	2.34,8	3.10,8	3.46,8	4.22,8	[illegible]	[illegible]
4	14,4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.14,4	3.50,4	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	18,0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.18,0	3.54,0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	21,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.21,6	3.57,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7	[illegible]	1. 1,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4. 1,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
8	[illegible]	1. 4,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4. 4,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4. 8,4	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Log. tang.

	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9	1°,0	
Deg.	**0′**	**6′**	**12′**	**18′**	**24′**	**30′**	**36′**	**42′**	**48′**	**54′**	**60′**	
0	»	2419	5429	7190	8439	9409	×0200	×0870	×1450	×1962	×2419	**89**
1	$\bar{2}$,2419	2833	3211	3559	3881	4181	4461	4725	4973	5208	5431	**88**
2	5431	5643	5845	6038	6223	6401	6571	6736	6894	7046	7194	**87**
3	7194	7337	7475	7609	7739	7865	7988	8107	8223	8336	8446	**86**
4	8446	8554	8659	8762	8862	8960	9056	9150	9241	9331	9420	**85**
5	$\bar{2}$,9420	9506	9591	9674	9756	9836	9915	9992	×0068	×0143	×0216	**84**
6	$\bar{1}$,0216	0289	0360	0430	0499	0567	0633	0699	0764	0828	0891	**83**
7	0891	0954	1015	1076	1135	1194	1252	1310	1367	1423	1478	**82**
8	1478	1533	1587	1640	1693	1745	1797	1848	1898	1948	1997	**81**
9	1997	2046	2094	2142	2189	2236	2282	2328	2374	2419	2463	**80**
10	$\bar{1}$,2463	2507	2551	2594	2637	2680	2722	2764	2805	2846	2887	**79**
11	2887	2927	2967	3006	3046	3085	3123	3162	3200	3237	3275	**78**
12	3275	3312	3349	3385	3422	3458	3493	3529	3564	3599	3634	**77**
13	3634	3668	3702	3736	3770	3804	3837	3870	3903	3935	3968	**76**
14	3968	4000	4032	4064	4095	4127	4158	4189	4220	4250	4281	**75**
15	$\bar{1}$,4281	4311	4341	4371	4400	4430	4459	4488	4517	4546	4575	**74**
16	4575	4603	4632	4660	4688	4716	4744	4771	4799	4826	4853	**73**
17	4853	4880	4907	4934	4961	4987	5014	5040	5066	5092	5118	**72**
18	5118	5143	5169	5195	5220	5245	5270	5295	5320	5345	5370	**71**
19	5370	5394	5419	5443	5467	5491	5516	5539	5563	5587	5611	**70**
20	$\bar{1}$,5611	5634	5658	5681	5704	5727	5750	5773	5796	5819	5842	**69**
21	5842	5864	5887	5909	5932	5954	5976	5998	6020	6042	6064	**68**
22	6064	6086	6108	6129	6151	6172	6194	6215	6236	6257	6279	**67**
23	6279	6300	6321	6341	6362	6383	6404	6424	6445	6465	6486	**66**
24	6486	6506	6527	6547	6567	6587	6607	6627	6647	6667	6687	**65**
25	$\bar{1}$,6687	6706	6726	6746	6765	6785	6804	6824	6843	6863	6882	**64**
26	6882	6901	6920	6939	6958	6977	6996	7015	7034	7053	7072	**63**
27	7072	7090	7109	7128	7146	7165	7183	7202	7220	7238	7257	**62**
28	7257	7275	7293	7311	7330	7348	7366	7384	7402	7420	7438	**61**
29	7438	7455	7473	7491	7509	7526	7544	7562	7579	7597	7614	**60**
30	$\bar{1}$,7614	7632	7649	7667	7684	7701	7719	7736	7753	7771	7788	**59**
31	7788	7805	7822	7839	7856	7873	7890	7907	7924	7941	7958	**58**
32	7958	7975	7992	8008	8025	8042	8059	8075	8092	8109	8125	**57**
33	8125	8142	8158	8175	8191	8208	8224	8241	8257	8274	8290	**56**
34	8290	8306	8323	8339	8355	8371	8388	8404	8420	8436	8452	**55**
35	$\bar{1}$,8452	8468	8484	8501	8517	8533	8549	8565	8581	8597	8613	**54**
36	8613	8629	8644	8660	8676	8692	8708	8724	8740	8755	8771	**53**
37	8771	8787	8803	8818	8834	8850	8865	8881	8897	8912	8928	**52**
38	8928	8944	8959	8975	8990	9006	9022	9037	9053	9068	9084	**51**
39	9084	9099	9115	9130	9146	9161	9176	9192	9207	9223	9238	**50**
40	$\bar{1}$,9238	9254	9269	9284	9300	9315	9330	9346	9361	9376	9392	**49**
41	9392	9407	9422	9438	9453	9468	9483	9499	9514	9529	9544	**48**
42	9544	9560	9575	9590	9605	9621	9636	9651	9666	9681	9697	**47**
43	9697	9712	9727	9742	9757	9772	9788	9803	9818	9833	9848	**46**
44	9848	9864	9879	9894	9909	9924	9939	9955	9970	9985	×0000	**45**
	60′	**54′**	**48′**	**42′**	**36′**	**30′**	**24′**	**18′**	**12′**	**6′**	**0′**	**Deg.**
	1°,0	0°,9	0°,8	0°,7	0°,6	0°,5	0°,4	0°,3	0°,2	0°,1	0°,0	

Log. cotang.

Log. sinus.

Dizaines de degrés.	**Deg.**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**		Dizaines de degrés.
	0	»	$\bar{2}$,242	$\bar{2}$,543	$\bar{2}$,719	$\bar{2}$,844	$\bar{2}$,940	$\bar{1}$,019	$\bar{1}$,086	$\bar{1}$,144	$\bar{1}$,194	$\bar{1}$,240	**8**	
	1	$\bar{1}$,240	$\bar{1}$,281	$\bar{1}$,318	$\bar{1}$,352	$\bar{1}$,384	$\bar{1}$,413	$\bar{1}$,440	466	490	513	534	**7**	
	2	534	554	574	592	609	626	642	657	672	686	699	**6**	
	3	699	712	724	736	748	759	769	779	789	799	808	**5**	
	4	808	817	826	834	842	849	857	864	871	878	884	**4**	
	5	884	891	897	902	908	913	919	924	928	933	938	**3**	
	6	938	942	946	950	954	957	961	964	967	970	973	**2**	
	7	973	976	978	981	983	985	987	989	990	992	993	**1**	
	8	$\bar{1}$,993	$\bar{1}$,995	$\bar{1}$,996	$\bar{1}$,997	$\bar{1}$,998	$\bar{1}$,998	$\bar{1}$,999	$\bar{1}$,999	0,000	0,000	0,000	**0**	
		10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**Deg.**	

Log. cosinus.

DE SIX EN SIX MINUTES, OU DE DIXIÈME EN DIXIÈME DE DEGRÉ.

Log cotang.

Deg.	0°,0	0°,1	0°,2	0°,3	0°,4	0°,5	0°,6	0°,7	0°,8	0°,9	1°,0	
	0′	**6′**	**12′**	**18′**	**24′**	**30′**	**36′**	**42′**	**48′**	**54′**	**60′**	
0	2, »	7581	4571	2810	1561	0591	*9800	*9130	*8550	*8038	*7581	**89**
1	1,7581	7167	6789	6441	6119	5819	5539	5275	5027	4792	4569	**88**
2	4569	4357	4155	3962	3777	3599	3429	3264	3106	2954	2806	**87**
3	2806	2663	2525	2391	2261	2135	2012	1893	1777	1664	1554	**86**
4	1554	1446	1341	1238	1138	1040	0944	0850	0759	0669	0580	**85**
5	1,0580	0494	0409	0326	0244	0164	0085	0008	*9932	*9857	*9784	**84**
6	0,9784	9711	9640	9570	9501	9433	9367	9301	9236	9172	9109	**83**
7	9109	9046	8985	8924	8865	8806	8748	8690	8633	8577	8522	**82**
8	8522	8467	8413	8360	8307	8255	8203	8152	8102	8052	8003	**81**
9	8003	7954	7906	7858	7811	7764	7718	7672	7626	7581	7537	**80**
10	0,7537	7493	7449	7406	7363	7320	7278	7236	7195	7154	7113	**79**
11	7113	7073	7033	6994	6954	6915	6877	6838	6800	6763	6725	**78**
12	6725	6688	6651	6615	6578	6542	6507	6471	6436	6401	6366	**77**
13	6366	6332	6298	6264	6230	6196	6163	6130	6097	6065	6032	**76**
14	6032	6000	5968	5936	5905	5873	5842	5811	5780	5750	5719	**75**
15	0,5719	5689	5659	5629	5600	5570	5541	5512	5483	5454	5425	**74**
16	5425	5397	5368	5340	5312	5284	5256	5229	5201	5174	5147	**73**
17	5147	5120	5093	5066	5039	5013	4986	4960	4934	4908	4882	**72**
18	4882	4857	4831	4805	4780	4755	4730	4705	4680	4655	4630	**71**
19	4630	4606	4581	4557	4533	4509	4484	4461	4437	4413	4389	**70**
20	0,4389	4366	4342	4319	4296	4273	4250	4227	4204	4181	4158	**69**
21	4158	4136	4113	4091	4068	4046	4024	4002	3980	3958	3936	**68**
22	3936	3914	3892	3871	3849	3828	3806	3785	3764	3743	3721	**67**
23	3721	3700	3679	3659	3638	3617	3596	3576	3555	3535	3514	**66**
24	3514	3494	3473	3453	3433	3413	3393	3373	3353	3333	3313	**65**
25	0,3313	3294	3274	3254	3235	3215	3196	3176	3157	3137	3118	**64**
26	3118	3099	3080	3061	3042	3023	3004	2985	2966	2947	2928	**63**
27	2928	2910	2891	2872	2854	2835	2817	2798	2780	2762	2743	**62**
28	2743	2725	2707	2689	2670	2652	2634	2616	2598	2580	2562	**61**
29	2562	2545	2527	2509	2491	2474	2456	2438	2421	2403	2386	**60**
30	0,2386	2368	2351	2333	2316	2299	2281	2264	2247	2229	2212	**59**
31	2212	2195	2178	2161	2144	2127	2110	2093	2076	2059	2042	**58**
32	2042	2025	2008	1992	1975	1958	1941	1925	1908	1891	1875	**57**
33	1875	1858	1842	1825	1809	1792	1776	1759	1743	1726	1710	**56**
34	1710	1694	1677	1661	1645	1629	1612	1596	1580	1564	1548	**55**
35	0,1548	1532	1516	1499	1483	1467	1451	1435	1419	1403	1387	**54**
36	1387	1371	1356	1340	1324	1308	1292	1276	1260	1245	1229	**53**
37	1229	1213	1197	1182	1166	1150	1135	1119	1103	1088	1072	**52**
38	1072	1056	1041	1025	1010	0994	0978	0963	0947	0932	0916	**51**
39	0916	0901	0885	0870	0854	0839	0824	0808	0793	0777	0762	**50**
40	0,0762	0746	0731	0716	0700	0685	0670	0654	0639	0624	0608	**49**
41	0608	0593	0578	0562	0547	0532	0517	0501	0486	0471	0456	**48**
42	0456	0440	0425	0410	0395	0379	0364	0349	0334	0319	0303	**47**
43	0303	0288	0273	0258	0243	0228	0212	0197	0182	0167	0152	**46**
44	0152	0136	0121	0106	0091	0076	0061	0045	0030	0015	0000	**45**
	60′	**54′**	**48′**	**42′**	**36′**	**30′**	**24′**	**18′**	**12′**	**6′**	**0′**	**Deg.**
	1°,0	0°,9	0°,8	0°,7	0°,6	0°,5	0°,4	0°,3	0°,2	0°,1	0°,0	

Log. tang.

Log. tang.

Dizaines de degrés. Deg.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Dizaines de degrés.
0	»	$\bar{2}$,242	$\bar{2}$,543	$\bar{2}$,719	$\bar{2}$,845	$\bar{2}$,942	$\bar{1}$,022	$\bar{1}$,089	$\bar{1}$,148	$\bar{1}$,[illegible]	$\bar{1}$,246	**8**
1	$\bar{1}$,246	289	327	363	397	428	457	485	512	537	561	**7**
2	561	584	606	628	649	669	688	707	726	744	761	**6**
3	761	779	796	813	829	845	861	877	893	908	924	**5**
4	$\bar{1}$,924	939	954	970	985	*000	*015	*030	*046	*061	*076	**4**
5	0,076	092	107	123	139	155	171	187	204	221	239	**3**
6	239	256	274	293	312	331	351	372	394	416	439	**2**
7	439	463	488	515	543	572	603	637	673	711	754	**1**
8	0,754	0,800	0,852	0,911	0,978	1,058	1,155	1,281	1,457	1,758	»	**0**
	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**Deg.**

Log. cotang.

XII. — TABLE DES VALEURS NATURELLES DES FONCTIONS CIRCULAIRES pour chaque centième du quadrant, donnant la conversion des degrés, minutes et secondes en parties décimales du quadrant.

Arc.			Sin.	Coséc.	Tang.	Cotang	Séc.	Cosin.			
R	° '	0^q,							0^q.	° '	R.
0,000	0. 0	**00**	0,000	∞	0,000	∞	1,000	1,000	**00**	90. 0	1,571
0,016	0.54	**01**	0,016	63,665	0,016	63,657	1,000	1,000	**99**	89. 6	1,555
0,031	1.48	**02**	0,031	31,836	0,031	31,821	1,000	1,000	**98**	88.12	1,539
0,047	2.42	**03**	0,047	21,229	0,047	21,205	1,001	0,999	**97**	87.18	1,524
0,063	3.36	**04**	0,063	15,926	0,063	15,895	1,002	0,998	**96**	86.24	1,508
0,079	4.30	**05**	0,078	12,745	0,079	12,706	1,003	0,997	**95**	85.30	1,492
0,094	5.24	**06**	0,094	10,626	0,095	10,579	1,004	0,996	**94**	84.36	1,477
0,110	6.18	**07**	0,110	9,113	0,110	9,058	1,006	0,994	**93**	83.42	1,461
0,126	7.12	**08**	0,125	7,979	0,126	7,916	1,008	0,992	**92**	82.48	1,445
0,141	8. 6	**09**	0,141	7,097	0,142	7,026	1,010	0,990	**91**	81.54	1,429
0,157	9. 0	**10**	0,156	6,392	0,158	6,314	1,012	0,988	**90**	81. 0	1,414
0,173	9.54	**11**	0,172	5,816	0,175	5,730	1,015	0,985	**89**	80. 6	1,398
0,188	10.48	**12**	0,187	5,337	0,191	5,242	1,018	0,982	**88**	79.12	1,382
0,204	11.42	**13**	0,203	4,931	0,207	4,829	1,021	0,979	**87**	78.18	1,367
0,220	12.36	**14**	0,218	4,584	0,224	4,474	1,025	0,976	**86**	77.24	1,351
0,236	13.30	**15**	0,233	4,284	0,240	4,165	1,028	0,972	**85**	76.30	1,335
0,251	14.24	**16**	0,249	4,021	0,257	3,895	1,032	0,969	**84**	75.36	1,319
0,267	15.18	**17**	0,264	3,790	0,274	3,655	1,037	0,965	**83**	74.42	1,304
0,283	16.12	**18**	0,279	3,584	0,291	3,442	1,041	0,960	**82**	73.48	1,288
0,298	17. 6	**19**	0,294	3,401	0,308	3,251	1,046	0,956	**81**	72.54	1,272
0,314	18. 0	**20**	0,309	3,236	0,325	3,078	1,051	0,951	**80**	72. 0	1,257
0,330	18.54	**21**	0,324	3,087	0,342	2,921	1,057	0,946	**79**	71. 6	1,241
0,346	19.48	**22**	0,339	2,952	0,360	2,778	1,063	0,941	**78**	70.12	1,225
0,361	20.42	**23**	0,353	2,829	0,378	2,646	1,069	0,935	**77**	69.18	1,210
0,377	21.36	**24**	0,368	2,716	0,396	2,526	1,076	0,930	**76**	68.24	1,194
0,393	22.30	**25**	0,383	2,613	0,414	2,414	1,082	0,924	**75**	67.30	1,178
0,408	23.24	**26**	0,397	2,518	0,433	2,311	1,090	0,918	**74**	66.36	1,162
0,424	24.18	**27**	0,412	2,430	0,452	2,215	1,097	0,911	**73**	65.42	1,147
0,440	25.12	**28**	0,426	2,349	0,471	2,125	1,105	0,905	**72**	64.48	1,131
0,456	26. 6	**29**	0,440	2,273	0,490	2,041	1,114	0,898	**71**	63.54	1,115
0,471	27. 0	**30**	0,454	2,203	0,510	1,963	1,122	0,891	**70**	63. 0	1,100
0,487	27.54	**31**	0,468	2,137	0,529	1,889	1,132	0,884	**69**	62. 6	1,084
0,503	28.48	**32**	0,482	2,076	0,550	1,819	1,141	0,876	**68**	61.12	1,068
0,518	29.42	**33**	0,495	2,018	0,570	1,753	1,151	0,869	**67**	60.18	1,052
0,534	30.36	**34**	0,509	1,964	0,591	1,691	1,162	0,861	**66**	59.24	1,037
0,550	31.30	**35**	0,522	1,914	0,613	1,632	1,173	0,853	**65**	58.30	1,021
0,565	32.24	**36**	0,536	1,866	0,635	1,576	1,184	0,844	**64**	57.36	1,005
0,581	33.18	**37**	0,549	1,821	0,657	1,522	1,196	0,836	**63**	56.42	0,990
0,597	34.12	**38**	0,562	1,779	0,680	1,471	1,209	0,827	**62**	55.48	0,974
0,613	35. 6	**39**	0,575	1,739	0,703	1,423	1,222	0,818	**61**	54.54	0,958
0,628	36. 0	**40**	0,588	1,701	0,727	1,376	1,236	0,809	**60**	54. 0	0,942
0,644	36.54	**41**	0,600	1,666	0,751	1,332	1,250	0,800	**59**	53. 6	0,927
0,660	37.48	**42**	0,613	1,632	0,776	1,289	1,266	0,790	**58**	52.12	0,911
0,675	38.42	**43**	0,625	1,599	0,801	1,248	1,281	0,780	**57**	51.18	0,895
0,691	39.36	**44**	0,637	1,569	0,827	1,209	1,298	0,771	**56**	50.24	0,880
0,707	40.30	**45**	0,649	1,540	0,854	1,171	1,315	0,760	**55**	49.30	0,864
0,723	41.24	**46**	0,661	1,512	0,882	1,134	1,333	0,750	**54**	48.36	0,848
0,738	42.18	**47**	0,673	1,486	0,910	1,099	1,352	0,740	**53**	47.42	0,833
0,754	43.12	**48**	0,685	1,461	0,939	1,065	1,372	0,729	**52**	46.48	0,817
0,770	44. 6	**49**	0,696	1,437	0,969	1,032	1,393	0,718	**51**	45.54	0,801
0,785	45. 0	**50**	0,707	1,414	1,000	1,000	1,414	0,707	**50**	45. 0	0,785
R	° '	0^q,							0^q,	° '	R
			Cosin.	Séc.	Cotang	Tang.	Coséc.	Sin.	Arc.		

d. m.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	c. mill.
Millièmes	' "	' "	' "	' "	' "	' "	' "	' "	' "	' "	"
0	0. 0,0	0.32,4	1. 4,8	1.37,2	2. 9,6	2.42,0	3.14,4	3.46,8	4.19,2	4.51,6	0,00
1	5.24,0	5.56,4	6.28,8	7. 1,2	7.33,6	8. 6,0	8.38,4	9.10,8	9.43,2	10.15,6	3,24
2	10.48,0	11.20,4	11.52,8	12.25,2	12.57,6	13.30,0	14. 2,4	14.34,8	15. 7,2	15.39,6	6,48
3	16.12,0	16.44,4	17.16,8	17.49,2	18.21,6	18.54,0	19.26,4	19.58,8	20.31,2	21. 3,6	9,72
4	21.36,0	22. 8,4	22.40,8	23.13,2	23.45,6	24.18,0	24.50,4	25.22,8	25.55,2	26.27,6	12,96
5	27. 0,0	27.32,4	28. 4,8	28.37,2	29. 9,6	29.42,0	30.14,4	30.46,8	31.19,2	31.51,6	16,20
6	32.24,0	32.56,4	33.28,8	34. 1,2	34.33,6	35. 6,0	35.38,4	36.10,8	36.43,2	37.15,6	19,44
7	37.48,0	38.20,4	38.52,8	39.25,2	39.57,6	40.30,0	41. 2,4	41.34,8	42. 7,2	42.39,6	22,68
8	43.12,0	43.44,4	44.16,8	44.49,2	45.21,6	45.54,0	46.26,4	46.58,8	47.31,2	48. 3,6	25,92
9	48.36,0	49. 8,4	49.40,8	50.13,2	50.45,6	51.18,0	51.50,4	52.22,8	52.55,2	53.27,6	29,16

XIII. — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES
à trois décimales, de centième en centième du quadrant.

Log. sinus.

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	q
0,0	$\bar{2}$, »	196	497	673	798	895	974	*040	*098	*149	*194	**0,9**
0,1	$\bar{1}$,194	235	273	307	339	368	396	421	446	468	490	**0,8**
0,2	490	510	530	548	566	583	599	614	629	643	657	**0,7**
0,3	657	670	683	695	707	718	729	740	750	760	769	**0,6**
0,4	769	778	787	796	804	813	820	828	835	843	849	**0,5**
0,5	$\bar{1}$,849	856	863	869	875	881	887	892	898	903	908	**0,4**
0,6	908	913	918	922	927	931	935	939	943	946	950	**0,3**
0,7	950	953	957	960	963	966	968	971	974	976	978	**0,2**
0,8	978	980	982	984	986	988	989	991	992	993	995	**0,1**
0,9	$\bar{1}$,995	996	997	997	998	999	999	*000	*000	*000	*000	**0,0**
	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	

Log. cosinus.

Log. tang.

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	q
0,0	$\bar{2}$, »	196	497	674	799	896	976	*043	*102	*153	*200	**0,9**
0,1	$\bar{1}$,200	242	280	316	349	380	410	437	463	488	512	**0,8**
0,2	512	535	556	577	598	617	636	655	673	690	707	**0,7**
0,3	707	724	740	756	772	787	803	817	832	847	861	**0,6**
0,4	$\bar{1}$,861	876	890	904	918	931	945	959	973	986	*000	**0,5**
0,5	0,000	014	027	041	055	069	082	096	110	124	139	**0,4**
0,6	139	153	168	183	197	213	228	244	260	276	293	**0,3**
0,7	293	310	327	345	364	383	402	423	444	465	488	**0,2**
0,8	488	512	537	563	590	620	651	684	720	758	800	**0,1**
0,9	0,800	847	898	957	*024	*104	*201	*326	*503	*804	»	**0,0**
	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	

Log. cotang.

Logarithmes des sinus et des sécantes de dix-millième en dix-millième du quadrant, pour les trois premiers centièmes du quadrant.

Log. sinus. — **Log. séc.**

0,q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0,q	Log. séc. 0,00
000	$\bar{4}$, »	1961	4971	6732	7982	8951	9743	*0412	*0992	*1504	*1961	**999**	00
001	$\bar{3}$,1961	2375	2753	3101	3422	3722	4002	4266	4514	4749	4971	**998**	00
002	4971	5183	5385	5578	5763	5941	6111	6275	6433	6585	6732	**997**	00
003	6732	6875	7013	7146	7276	7402	7524	7643	7759	7872	7982	**996**	00
004	7982	8089	8194	8296	8396	8493	8589	8682	8774	8863	8951	**995**	00
005	$\bar{3}$,8951	9037	9121	9204	9285	9365	9443	9520	9595	9670	9743	**994**	00
006	9743	9814	9885	9955	*0023	*0090	*0157	*0222	*0286	*0350	*0412	**993**	00
007	$\bar{2}$,0412	0474	0534	0594	0653	0712	0769	0826	0882	0937	0992	**992**	00
008	0992	1046	1099	1152	1204	1255	1306	1356	1406	1455	1503	**991**	00
009	1503	1551	1599	1646	1692	1738	1784	1829	1873	1917	1961	**990**	00
010	$\bar{2}$,1961	2004	2047	2089	2131	2173	2214	2255	2295	2335	2375	**989**	01
011	2375	2414	2453	2492	2530	2568	2606	2643	2680	2716	2753	**988**	01
012	2753	2789	2825	2860	2895	2930	2965	2999	3033	3067	3100	**987**	01
013	3100	3134	3167	3199	3232	3264	3296	3328	3360	3391	3422	**986**	01
014	3422	3453	3484	3514	3544	3575	3604	3634	3663	3693	3722	**985**	01
015	$\bar{2}$,3722	3751	3779	3808	3836	3864	3892	3920	3947	3975	4002	**984**	01
016	4002	4029	4056	4083	4109	4136	4162	4188	4214	4240	4265	**983**	01
017	4265	4291	4316	4341	4366	4391	4416	4440	4465	4489	4513	**982**	02
018	4513	4537	4561	4585	4609	4632	4656	4679	4702	4725	4748	**981**	02
019	4748	4771	4794	4816	4839	4861	4883	4905	4927	4949	4971	**980**	02
020	$\bar{2}$,4971	4992	5014	5035	5057	5078	5099	5120	5141	5162	5183	**979**	02
021	5183	5203	5224	5244	5265	5285	5305	5325	5345	5365	5385	**978**	02
022	5385	5404	5424	5443	5463	5482	5501	5521	5540	5559	5578	**977**	03
023	5578	5596	5615	5634	5652	5671	5689	5708	5726	5744	5762	**976**	03
024	5762	5780	5798	5816	5834	5852	5869	5887	5905	5922	5939	**975**	03
025	$\bar{2}$,5939	5957	5974	5991	6008	6025	6042	6059	6076	6093	6110	**974**	03
026	6110	6126	6143	6160	6176	6192	6209	6225	6241	6257	6274	**973**	04
027	6274	6290	6306	6321	6337	6353	6369	6385	6400	6416	6431	**972**	04
028	6431	6447	6462	6478	6493	6508	6523	6539	6554	6569	6584	**971**	04
029	6584	6599	6614	6628	6643	6658	6673	6687	6702	6716	6731	**970**	05
0,q	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**0,q**	**Log. cosec.**

Log. cosinus.

XIII. (Suite.) — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES.

Log. sinus.

0^q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
00	-	$\bar{3}$,1961	$\bar{3}$,4971	$\bar{3}$,6732	$\bar{3}$,7982	$\bar{3}$,8951	$\bar{3}$,9743	$\bar{2}$,0412	$\bar{2}$,0992	$\bar{2}$,1503	$\bar{2}$,1961	99
01	$\bar{2}$,1961	2375	2753	3100	3422	3722	4002	4265	4513	4748	4971	98
02	4971	5183	5385	5578	5762	5939	6110	6274	6431	6584	6731	97
03	6731	6873	7011	7144	7274	7400	7522	7641	7756	7869	7979	96
04	7979	8086	8191	8293	8392	8490	8585	8678	8769	8859	8946	95
05	$\bar{2}$,8946	9032	9116	9199	9280	9359	9437	9514	9589	9664	9736	94
06	9736	9808	9878	9948	*0016	*0083	*0149	*0214	*0278	*0341	*0403	93
07	$\bar{1}$,0403	0465	0525	0585	0644	0702	0759	0816	0871	0926	0981	92
08	0981	1034	1087	1140	1191	1242	1293	1343	1392	1441	1489	91
09	1489	1537	1584	1631	1677	1722	1767	1812	1856	1900	1943	90
10	$\bar{1}$,1943	1986	2029	2071	2112	2153	2194	2235	2275	2314	2353	89
11	2353	2392	2431	2469	2507	2545	2582	2619	2655	2691	2727	88
12	2727	2763	2798	2833	2868	2902	2937	2970	3004	3037	3070	87
13	3070	3103	3136	3168	3200	3232	3264	3295	3326	3357	3387	86
14	3387	3418	3448	3478	3508	3537	3567	3596	3625	3653	3682	85
15	$\bar{1}$,3682	3710	3738	3766	3794	3822	3849	3876	3903	3930	3957	84
16	3957	3983	4009	4036	4061	4087	4113	4138	4164	4189	4214	83
17	4214	4239	4264	4288	4312	4337	4361	4385	4409	4432	4456	82
18	4456	4479	4503	4526	4549	4572	4594	4617	4639	4662	4684	81
19	4684	4706	4728	4750	4772	4793	4815	4836	4858	4879	4900	80
20	$\bar{1}$,4900	4921	4942	4962	4983	5003	5024	5044	5064	5084	5104	79
21	5104	5124	5144	5164	5183	5203	5222	5241	5261	5280	5299	78
22	5299	5318	5336	5355	5374	5392	5411	5429	5447	5465	5484	77
23	5484	5502	5520	5537	5555	5573	5590	5608	5625	5643	5660	76
24	5660	5677	5694	5711	5728	5745	5762	5779	5795	5812	5828	75
25	$\bar{1}$,5828	5845	5861	5877	5894	5910	5926	5942	5958	5974	5990	74
26	5990	6005	6021	6037	6052	6068	6083	6098	6114	6129	6144	73
27	6144	6159	6174	6189	6204	6219	6233	6248	6263	6277	6292	72
28	6292	6306	6321	6335	6349	6364	6378	6392	6406	6420	6434	71
29	6434	6448	6462	6475	6489	6503	6516	6530	6544	6557	6570	70
30	$\bar{1}$,6570	6584	6597	6610	6624	6637	6650	6663	6676	6689	6702	69
31	6702	6715	6727	6740	6753	6766	6778	6791	6803	6816	6828	68
32	6828	6841	6853	6865	6878	6890	6902	6914	6926	6938	6950	67
33	6950	6962	6974	6986	6998	7009	7021	7033	7044	7056	7068	66
34	7068	7079	7091	7102	7113	7125	7136	7147	7159	7170	7181	65
35	$\bar{1}$,7181	7192	7203	7214	7225	7236	7247	7258	7269	7279	7290	64
36	7290	7301	7312	7322	7333	7344	7354	7365	7375	7386	7396	63
37	7396	7406	7417	7427	7437	7447	7458	7468	7478	7488	7498	62
38	7498	7508	7518	7528	7538	7548	7558	7567	7577	7587	7597	61
39	7597	7606	7616	7626	7635	7645	7654	7664	7673	7683	7692	60
40	$\bar{1}$,7692	7702	7711	7720	7729	7739	7748	7757	7766	7775	7785	59
41	7785	7794	7803	7812	7821	7830	7839	7847	7856	7865	7874	58
42	7874	7883	7891	7900	7909	7918	7926	7935	7943	7952	7960	57
43	7960	7969	7977	7986	7994	8003	8011	8019	8028	8036	8044	56
44	8044	8053	8061	8069	8077	8085	8093	8101	8109	8117	8125	55
45	$\bar{1}$,8125	8133	8141	8149	8157	8165	8173	8181	8189	8196	8204	54
46	8204	8212	8219	8227	8235	8242	8250	8258	8265	8273	8280	53
47	8280	8288	8295	8303	8310	8317	8325	8332	8339	8347	8354	52
48	8354	8361	8369	8376	8383	8390	8397	8404	8411	8418	8426	51
49	8426	8433	8440	8447	8454	8460	8467	8474	8481	8488	8495	50
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0^q

Log. cosinus.

Log. cosinus.

0°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
00	0,0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	*9999	99
01	$\bar{1}$,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9998	9998	9998	9998	98
02	9998	9998	9997	9997	9997	9997	9996	9996	9996	9995	9995	97
03	9995	9995	9995	9994	9994	9993	9993	9993	9992	9992	9991	96
04	9991	9991	9991	9990	9990	9989	9989	9988	9988	9987	9987	95
05	$\bar{1}$,9987	9986	9985	9985	9984	9984	9983	9983	9982	9981	9981	94
06	9981	9980	9979	9979	9978	9977	9977	9976	9975	9974	9974	93
07	9974	9973	9972	9971	9971	9970	9969	9968	9967	9966	9966	92
08	9966	9965	9964	9963	9962	9961	9960	9959	9958	9957	9956	91
09	9956	9955	9954	9953	9952	9951	9950	9949	9948	9947	9946	90
10	$\bar{1}$,9946	9945	9944	9943	9942	9941	9940	9938	9937	9936	9935	89
11	9935	9934	9932	9931	9930	9929	9928	9926	9925	9924	9922	88
12	9922	9921	9920	9918	9917	9916	9914	9913	9912	9910	9909	87
13	9909	9907	9906	9905	9903	9902	9900	9899	9897	9896	9894	86
14	9894	9893	9891	9890	9888	9886	9885	9883	9882	9880	9878	85
15	$\bar{1}$,9878	9877	9875	9873	9872	9870	9868	9867	9865	9863	9861	84
16	9861	9860	9858	9856	9854	9852	9851	9849	9847	9845	9843	83
17	9843	9841	9840	9838	9836	9834	9832	9830	9828	9826	9824	82
18	9824	9822	9820	9818	9816	9814	9812	9810	9808	9806	9804	81
19	9804	9802	9799	9797	9795	9793	9791	9789	9786	9784	9782	80
20	$\bar{1}$,9782	9780	9778	9775	9773	9771	9769	9766	9764	9762	9759	79
21	9759	9757	9755	9752	9750	9747	9745	9743	9740	9738	9735	78
22	9735	9733	9730	9728	9725	9723	9720	9718	9715	9713	9710	77
23	9710	9708	9705	9702	9700	9697	9694	9692	9689	9686	9684	76
24	9684	9681	9678	9676	9673	9670	9667	9665	9662	9659	9656	75
25	$\bar{1}$,9656	9653	9650	9648	9645	9642	9639	9636	9633	9630	9627	74
26	9627	9624	9621	9618	9615	9612	9609	9606	9603	9600	9597	73
27	9597	9594	9591	9588	9585	9582	9578	9575	9572	9569	9566	72
28	9566	9562	9559	9556	9553	9549	9546	9543	9540	9536	9533	71
29	9533	9530	9526	9523	9519	9516	9513	9509	9506	9502	9499	70
30	$\bar{1}$,9499	9495	9492	9488	9485	9481	9478	9474	9471	9467	9463	69
31	9463	9460	9456	9452	9449	9445	9441	9438	9434	9430	9427	68
32	9427	9423	9419	9415	9411	9408	9404	9400	9396	9392	9388	67
33	9388	9384	9381	9377	9373	9369	9365	9361	9357	9353	9349	66
34	9349	9345	9341	9337	9332	9328	9324	9320	9316	9312	9308	65
35	$\bar{1}$,9308	9303	9299	9295	9291	9287	9282	9278	9274	9269	9265	64
36	9265	9261	9256	9252	9248	9243	9239	9234	9230	9226	9221	63
37	9221	9217	9212	9208	9203	9198	9194	9189	9185	9180	9175	62
38	9175	9171	9166	9161	9157	9152	9147	9143	9138	9133	9128	61
39	9128	9124	9119	9114	9109	9104	9099	9094	9089	9085	9080	60
40	$\bar{1}$,9080	9075	9070	9065	9060	9055	9050	9044	9039	9034	9029	59
41	9029	9024	9019	9014	9009	9003	8998	8993	8988	8982	8977	58
42	8977	8972	8967	8961	8956	8950	8945	8940	8934	8929	8923	57
43	8923	8918	8912	8907	8901	8896	8890	8885	8879	8873	8868	56
44	8868	8862	8856	8851	8845	8839	8834	8828	8822	8816	8810	55
45	$\bar{1}$,8810	8805	8799	8793	8787	8781	8775	8769	8763	8757	8751	54
46	8751	8745	8739	8733	8727	8721	8715	8709	8703	8696	8690	53
47	8690	8684	8678	8671	8665	8659	8653	8646	8640	8633	8627	52
48	8627	8621	8614	8608	8601	8595	8588	8582	8575	8569	8562	51
49	8562	8555	8549	8542	8535	8529	8522	8515	8508	8502	8495	50
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0°

Log. sinus.

XIII. (Suite.) — LOGARITHMES DES FONCTIONS CIRCULAIRES

Log. tang.

0′	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
00	[illegible]	$\bar{3}$,1961	$\bar{3}$,4972	$\bar{3}$,6732	$\bar{3}$,7982	$\bar{3}$,8951	$\bar{3}$,9743	$\bar{2}$,0412	$\bar{2}$,0992	$\bar{2}$,1504	$\bar{2}$,1962	99
01	$\bar{2}$,1962	2376	2754	3101	3423	3723	4003	4267	4515	4750	4973	98
02	4973	5185	5387	5580	5765	5943	6113	6277	6436	6588	6736	97
03	6736	6878	7016	7150	7280	7406	7529	7648	7764	7877	7988	96
04	7988	8095	8200	8302	8403	8501	8596	8690	8782	8872	8960	95
05	$\bar{2}$,8960	9046	9131	9214	9296	9376	9454	9532	9608	9682	9756	94
06	9756	9828	9899	9969	*0038	*0105	*0172	*0238	*0303	*0367	*0430	93
07	$\bar{1}$,0430	0492	0553	0614	0673	0732	0790	0847	0904	0960	1015	92
08	1015	1070	1123	1177	1229	1281	1333	1384	1434	1484	1533	91
09	1533	1581	1629	1677	1724	1771	1817	1863	1908	1953	1997	90
10	1,1997	2041	2085	2128	2170	2213	2255	2296	2337	2378	2419	89
11	2419	2459	2499	2538	2577	2616	2654	2692	2730	2768	2805	88
12	2805	2842	2878	2915	2951	2987	3022	3057	3092	3127	3162	87
13	3162	3196	3230	3264	3297	3330	3363	3396	3429	3461	3493	86
14	3493	3525	3557	3588	3620	3651	3682	3713	3743	3773	3804	85
15	$\bar{1}$,3804	3833	3863	3893	3922	3952	3981	4010	4038	4067	4095	84
16	4095	4123	4152	4179	4207	4235	4262	4290	4317	4344	4371	83
17	4371	4397	4424	4450	4477	4503	4529	4555	4581	4606	4632	82
18	4632	4657	4683	4708	4733	4758	4782	4807	4832	4856	4880	81
19	4880	4905	4929	4953	4977	5000	5024	5048	5071	5094	5118	80
20	$\bar{1}$,5118	5141	5164	5187	5210	5233	5255	5278	5300	5323	5345	79
21	5345	5367	5389	5411	5433	5455	5477	5499	5520	5542	5563	78
22	5563	5585	5606	5627	5648	5669	5690	5711	5732	5753	5773	77
23	5773	5794	5815	5835	5855	5876	5896	5916	5936	5956	5976	76
24	5976	5996	6016	6036	6055	6075	6095	6114	6134	6153	6172	75
25	1,6172	6192	6211	6230	6249	6268	6287	6306	6325	6344	6362	74
26	6362	6381	6400	6418	6437	6455	6474	6492	6510	6529	6547	73
27	6547	6565	6583	6601	6619	6637	6655	6673	6691	6708	6726	72
28	6726	6744	6762	6779	6797	6814	6832	6849	6866	6884	6901	71
29	6901	6918	6935	6953	6970	6987	7004	7021	7038	7055	7072	70
30	1,7072	7089	7105	7122	7139	7156	7172	7189	7205	7222	7238	69
31	7238	7255	7271	7288	7304	7320	7337	7353	7369	7386	7402	68
32	7402	7418	7434	7450	7466	7482	7498	7514	7530	7546	7562	67
33	7562	7578	7593	7609	7625	7641	7656	7672	7688	7703	7719	66
34	7719	7734	7750	7765	7781	7796	7812	7827	7843	7858	7873	65
35	$\bar{1}$,7873	7888	7904	7919	7934	7949	7965	7980	7995	8010	8025	64
36	8025	8040	8055	8070	8085	8100	8115	8130	8145	8160	8175	63
37	8175	8190	8205	8219	8234	8249	8264	8278	8293	8308	8323	62
38	8323	8337	8352	8366	8381	8396	8410	8425	8439	8454	8468	61
39	8468	8483	8497	8512	8526	8541	8555	8570	8584	8598	8613	60
40	$\bar{1}$,8613	8627	8641	8656	8670	8684	8698	8713	8727	8741	8755	59
41	8755	8770	8784	8798	8812	8826	8840	8855	8869	8883	8897	58
42	8897	8911	8925	8939	8953	8967	8981	8995	9009	9023	9037	57
43	9037	9051	9065	9079	9093	9107	9121	9135	9149	9163	9176	56
44	9176	9190	9204	9218	9232	9246	9260	9274	9287	9301	9315	55
45	$\bar{1}$,9315	9329	9343	9356	9370	9384	9398	9412	9425	9439	9453	54
46	9453	9467	9480	9494	9508	9522	9535	9549	9563	9576	9590	53
47	9590	9604	9617	9631	9645	9659	9672	9686	9700	9713	9727	52
48	9727	9741	9754	9768	9782	9795	9809	9823	9836	9850	9864	51
49	9864	9877	9891	9904	9918	9932	9945	9959	9973	9986	*0000	50
												0′
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	

Log. cotang.

DE MILLIÈME EN MILLIÈME DU QUADRANT.

Log. cotang.

0^q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
00	»	2,8039	2,5028	2,3268	2,2018	2,1049	2,0257	1,9588	1,9008	1,8496	1,8038	99
01	1,8038	7624	7246	6899	6577	6277	5997	5733	5485	5250	5027	98
02	5027	4815	4613	4420	4235	4057	3887	3723	3564	3412	3264	97
03	3264	3122	2984	2850	2720	2594	2471	2352	2236	2123	2012	96
04	2012	1905	1800	1698	1597	1499	1404	1310	1218	1128	1040	95
05	1,1040	0954	0869	0786	0704	0624	0546	0468	0392	0318	0244	94
06	0244	0172	0101	0031	*9962	*9895	*9828	*9762	*9697	*9633	*9570	93
07	0,9570	9508	9447	9386	9327	9268	9210	9153	9096	9040	8985	92
08	8985	8930	8877	8823	8771	8719	8667	8616	8566	8516	8467	91
09	8467	8419	8371	8323	8276	8229	8183	8137	8092	8047	8003	90
10	0,8003	7959	7915	7872	7830	7787	7745	7704	7663	7622	7581	89
11	7581	7541	7501	7462	7423	7384	7346	7308	7270	7232	7195	88
12	7195	7158	7122	7085	7049	7013	6978	6943	6908	6873	6838	87
13	6838	6804	6770	6736	6703	6670	6637	6604	6571	6539	6507	86
14	6507	6475	6443	6412	6380	6349	6318	6287	6257	6227	6196	85
15	0,6196	6167	6137	6107	6078	6048	6019	5990	5962	5933	5905	84
16	5905	5877	5848	5821	5793	5765	5738	5710	5683	5656	5629	83
17	5629	5603	5576	5550	5523	5497	5471	5445	5419	5394	5368	82
18	5368	5343	5317	5292	5267	5242	5218	5193	5168	5144	5120	81
19	5120	5095	5071	5047	5023	5000	4976	4952	4929	4906	4882	80
20	0,4882	4859	4836	4813	4790	4767	4745	4722	4700	4677	4655	79
21	4655	4633	4611	4589	4567	4545	4523	4501	4480	4458	4437	78
22	4437	4415	4394	4373	4352	4331	4310	4289	4268	4247	4227	77
23	4227	4206	4185	4165	4145	4124	4104	4084	4064	4044	4024	76
24	4024	4004	3984	3964	3945	3925	3905	3886	3866	3847	3828	75
25	0,3828	3808	3789	3770	3751	3732	3713	3694	3675	3656	3638	74
26	3638	3619	3600	3582	3563	3545	3526	3508	3490	3471	3453	73
27	3453	3435	3417	3399	3381	3363	3345	3327	3309	3292	3274	72
28	3274	3256	3238	3221	3203	3186	3168	3151	3134	3116	3099	71
29	3099	3082	3065	3047	3030	3013	2996	2979	2962	2945	2928	70
30	0,2928	2911	2895	2878	2861	2844	2828	2811	2795	2778	2762	69
31	2762	2745	2729	2712	2696	2680	2663	2647	2631	2614	2598	68
32	2598	2582	2566	2550	2534	2518	2502	2486	2470	2454	2438	67
33	2438	2422	2407	2391	2375	2359	2344	2328	2312	2297	2281	66
34	2281	2266	2250	2235	2219	2204	2188	2173	2157	2142	2127	65
35	0,2127	2112	2096	2081	2066	2051	2035	2020	2005	1990	1975	64
36	1975	1960	1945	1930	1915	1900	1885	1870	1855	1840	1825	63
37	1825	1810	1795	1781	1766	1751	1736	1722	1707	1692	1677	62
38	1677	1663	1648	1634	1619	1604	1590	1575	1561	1546	1532	61
39	1532	1517	1503	1488	1474	1459	1445	1430	1416	1402	1387	60
40	0,1387	1373	1359	1344	1330	1316	1302	1287	1273	1259	1245	59
41	1245	1230	1216	1202	1188	1174	1160	1145	1131	1117	1103	58
42	1103	1089	1075	1061	1047	1033	1019	1005	0991	0977	0963	57
43	0963	0949	0935	0921	0907	0893	0879	0865	0851	0837	0824	56
44	0824	0810	0796	0782	0768	0754	0740	0726	0713	0699	0685	55
45	0,0685	0671	0657	0644	0630	0616	0602	0588	0575	0561	0547	54
46	0547	0533	0520	0506	0492	0478	0465	0451	0437	0424	0410	53
47	0410	0396	0383	0369	0355	0341	0328	0314	0300	0287	0273	52
48	0273	0259	0246	0232	0218	0205	0191	0177	0164	0150	0136	51
49	0136	0123	0109	0096	0082	0068	0055	0041	0027	0014	0000	50
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0^q

Log. tang.

XIV. — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	cosec	d	tang	d	cotg	d	séc	cosin			
0,		$0,^{q}$	0,				0,						$0,^{q}$		
0000	16	**000**	0000	16	∞	»	0000	16	∞	»	1,0000	1,0000	***000**	∞	»
0016	15	**001**	0016	15	636,62	»	0016	15	636,62	»	0000	0000	**999**	7,149	693
0031	15	**002**	0031	16	318,31	»	0031	16	318,31	»	0000	0000	**998**	6,456	405
0047	16	**003**	0047	16	212,21	»	0047	16	212,21	»	0000	0000	**997**	6,051	288
0063	16	**004**	0063	16	159,16	»	0063	16	159,15	»	0000	0000	**996**	5,763	223
0079	15	**005**	0079	15	127,33	»	0079	15	127,32	»	1,0000	1,0000	**995**	5,540	182
0094	15	**006**	0094	16	106,10	»	0094	16	106,10	»	0000	1,0000	**994**	358	155
0110	16	**007**	0110	16	90,95	»	0110	16	90,94	»	0001	0,9999	**993**	203	133
0126	15	**008**	0126	15	79,58	»	0126	15	79,57	»	0001	9999	**992**	5,070	118
0141	16	**009**	0141	16	70,74	»	0141	16	70,73	»	0001	9999	**991**	4,952	105
0157	16	**010**	0157	16	63,66	578	0157	16	63,66	579	1,0001	0,9999	**990**	4,847	96
0173	16	**011**	0173	15	57,88	483	0173	16	57,87	482	0001	9999	**989**	751	87
0189	15	**012**	0188	16	53,05	408	0189	15	53,05	409	0002	9998	**988**	664	80
0204	16	**013**	0204	16	48,97	349	0204	16	48,96	349	0002	9998	**987**	584	74
0220	16	**014**	0220	16	45,48	303	0220	16	45,47	304	0002	9998	**986**	510	69
0236	15	**015**	0236	15	42,45	266	0236	15	42,43	265	1,0003	0,9997	**985**	4,441	64
0251	16	**016**	0251	16	39,79	234	0251	16	39,78	234	0003	9997	**984**	377	61
0267	16	**017**	0267	16	37,45	208	0267	16	37,44	208	0004	9996	**983**	316	57
0283	15	**018**	0283	15	35,37	186	0283	16	35,36	186	0004	9996	**982**	259	54
0298	16	**019**	0298	16	33,51	167	0299	15	33,50	168	0004	9996	**981**	205	51
0314	16	**020**	0314	16	31,84	152	0314	16	31,82	152	1,0005	0,9995	**980**	4,154	49
0330	16	**021**	0330	16	30,32	138	0330	16	30,30	137	0005	9995	**979**	105	47
0346	15	**022**	0346	15	28,94	125	0346	15	28,93	126	0006	9994	**978**	058	44
0361	16	**023**	0361	16	27,69	116	0361	16	27,67	116	0007	9993	**977**	4,014	43
0377	16	**024**	0377	16	26,53	106	0377	16	26,51	106	0007	9993	**976**	3,971	41
0393	16	**025**	0393	15	25,47	98	0393	16	25,45	98	1,0008	0,9992	**975**	3,930	39
0409	15	**026**	0408	16	24,49	90	0409	15	24,47	91	0008	9992	**974**	891	38
0424	16	**027**	0424	16	23,59	85	0424	16	23,56	84	0009	9991	**973**	853	36
0440	16	**028**	0440	15	22,74	78	0440	16	22,72	78	0010	9990	**972**	817	35
0456	15	**029**	0455	16	21,96	73	0456	16	21,94	74	0010	9990	**971**	782	34
0471	16	**030**	0471	16	21,23	69	0472	15	21,20	68	1,0011	0,9989	**970**	3,748	33
0487	16	**031**	0487	15	20,54	64	0487	16	20,52	64	0012	9988	**969**	715	32
0503	16	**032**	0502	16	19,90	60	0503	16	19,88	61	0013	9987	**968**	683	30
0519	15	**033**	0518	16	19,30	57	0519	16	19,27	56	0013	9987	**967**	653	30
0534	16	**034**	0534	16	18,73	53	0535	15	18,71	54	0014	9986	**966**	623	29
0550	16	**035**	0550	15	18,26	51	0550	16	18,17	50	1,0015	0,9985	**965**	3,594	28
0566	16	**036**	0565	16	17,69	47	0566	16	17,67	48	0016	9984	**964**	566	28
0582	15	**037**	0581	16	17,22	46	0582	16	17,19	46	0017	9983	**963**	538	27
0597	16	**038**	0597	15	16,76	43	0598	15	16,73	43	0018	9982	**962**	511	26
0613	16	**039**	0612	16	16,33	40	0613	16	16,30	41	0019	9981	**961**	485	25
0629	15	**040**	0628	16	15,93	39	0629	16	15,89	38	1,0020	0,9980	**960**	3,460	25
0644	16	**041**	0644	15	15,54	37	0645	16	15,51	37	0021	9979	**959**	435	24
0660	16	**042**	0659	16	15,17	35	0661	15	15,14	36	0022	9978	**958**	411	23
0676	16	**043**	0675	16	14,82	34	0676	16	14,78	33	0023	9977	**957**	388	23
0692	15	**044**	0691	15	14,48	32	0692	16	14,45	33	0024	9976	**956**	365	23
0707	16	**045**	0706	16	14,16	31	0708	16	14,12	30	1,0025	0,9975	**955**	3,342	22
0723	16	**046**	0722	16	13,85	29	0724	16	13,82	30	0026	9974	**954**	320	21
0739	16	**047**	0738	15	13,56	28	0740	15	13,52	28	0027	9973	**953**	299	21
0755	15	**048**	0753	16	13,28	27	0755	16	13,24	27	0028	9972	**952**	278	21
0770	16	**049**	0769	16	13,01	26	0771	16	12,97	26	0030	9970	**951**	257	20
0786		**050**	0785		12,75		0787		12,71		1,0031	0,9969	**950**	3,237	
0,		$0,^{q}$	0,				0,						$0,^{q}$		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	cosec	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	u	d

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		1/Tgh u	Sh u		1/Sh u	Ch u	1/Ch u			
		arc	sin	d	coséc	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,00		0,^{q}							0,		0,^{q}		
0000	682	000	»	»	»	»	»	»	0000	0,0000	*000	∞	»
0682	682	001	$\bar{3}$,1961	3010	2,8039	$\bar{3}$,1961	3011	2,8039	0000	0000	999	3,1049	3010
1364	683	002	4971	1761	5029	4972	1760	5028	0000	0000	998	2,8039	1761
2047	682	003	6732	1250	3268	6732	1250	3268	0000	0000	997	6278	1250
2729	682	004	7982	969	2018	7982	969	2018	0000	0000	996	5028	969
3411	682	005	$\bar{3}$,8951	792	2,1049	$\bar{3}$,8951	792	2,1049	0000	0,0000	995	2,4059	791
4093	682	006	$\bar{3}$,9743	669	2,0257	$\bar{3}$,9743	669	2,0257	0000	0000	994	3268	670
4775	683	007	$\bar{2}$,0412	580	1,9588	$\bar{2}$,0412	580	1,9588	0000	0000	993	2598	580
5458	682	008	0992	511	9008	0992	512	9008	0000	0000	992	2018	511
6140	682	009	1503	458	8497	1504	458	8496	0000	0000	991	1507	458
6822	682	010	$\bar{2}$,1961	414	1,8039	$\bar{2}$,1962	414	1,8038	0001	$\bar{1}$,9999	990	2,1049	414
7504	683	011	2375	378	7625	2376	378	7624	0001	9999	989	0635	378
8187	682	012	2753	347	7247	2754	347	7246	0001	9999	988	2,0257	347
8869	682	013	3100	322	6900	3101	322	6899	0001	9999	987	1,9910	322
9551	683	014	3422	300	6578	3423	300	6577	0001	9999	986	9588	300
1023	69	015	$\bar{2}$,3722	280	1,6278	$\bar{2}$,3723	280	1,6277	0001	$\bar{1}$,9999	985	1,9288	280
1092	68	016	4002	263	5998	4003	264	5997	0001	9999	984	9008	264
1160	68	017	4265	248	5735	4267	248	5733	0002	9998	983	8744	248
1228	68	018	4513	235	5487	4515	235	5485	0002	9998	982	8496	235
1296	69	019	4748	223	5252	4750	223	5250	0002	9998	981	8261	223
1365	68	020	$\bar{2}$,4971	212	1,5029	$\bar{2}$,4973	212	1,5027	0002	$\bar{1}$,9998	980	1,8038	211
1433	68	021	5183	202	4817	5185	202	4815	0002	9998	979	7827	203
1501	68	022	5385	193	4615	5387	193	4613	0003	9997	978	7624	193
1569	69	023	5578	184	4422	5580	185	4420	0003	9997	977	7431	185
1638	68	024	5762	177	4238	5765	178	4235	0003	9997	976	7246	177
1706	68	025	$\bar{2}$,5939	171	1,4061	$\bar{2}$,5943	170	1,4057	0003	$\bar{1}$,9997	975	1,7069	170
1774	68	026	6110	164	3890	6113	164	3887	0004	9996	974	6899	164
1842	69	027	6274	157	3726	6277	159	3723	0004	9996	973	6735	158
1911	68	028	6431	153	3569	6436	152	3564	0004	9996	972	6577	153
1979	68	029	6584	147	3416	6588	148	3412	0005	9995	971	6424	147
2047	69	030	$\bar{2}$,6731	142	1,3269	$\bar{2}$,6736	142	1,3264	0005	$\bar{1}$,9995	970	1,6277	142
2116	68	031	6873	138	3127	6878	138	3122	0005	9995	969	6135	138
2184	68	032	7011	133	2989	7016	134	2984	0005	9995	968	5997	134
2252	69	033	7144	130	2856	7150	130	2850	0006	9994	967	5863	130
2321	68	034	7274	126	2726	7280	126	2720	0006	9994	966	5733	126
2389	68	035	$\bar{2}$,7400	122	1,2600	$\bar{2}$,7406	123	1,2594	0007	$\bar{1}$,9993	965	1,5607	122
2457	69	036	7522	119	2478	7529	119	2471	0007	9993	964	5485	119
2526	68	037	7641	115	2359	7648	116	2352	0007	9993	963	5366	116
2594	68	038	7756	113	2244	7764	113	2236	0008	9992	962	5250	113
2662	69	039	7869	110	2131	7877	111	2123	0008	9992	961	5137	110
2731	68	040	$\bar{2}$,7979	107	1,2021	$\bar{2}$,7988	107	1,2012	0009	$\bar{1}$,9991	960	1,5027	107
2799	68	041	8086	105	1914	8095	105	1905	0009	9991	959	4920	105
2867	69	042	8191	102	1809	8200	102	1800	0009	9991	958	4815	102
2936	68	043	8293	99	1707	8302	101	1698	0010	9990	957	4713	100
3004	68	044	8392	98	1608	8403	98	1597	0010	9990	956	4613	98
3072	69	045	$\bar{2}$,8490	95	1,1510	$\bar{2}$,8501	95	1,1499	0011	$\bar{1}$,9989	955	1,4515	95
3141	68	046	8585	93	1415	8596	94	1404	0011	9989	954	4420	94
3209	69	047	8678	91	1322	8690	92	1310	0012	9988	953	4326	91
3278	68	048	8769	90	1231	8782	90	1218	0012	9988	952	4235	90
3346	68	049	8859	87	1141	8872	88	1128	0013	9987	951	4145	88
3414		050	$\bar{2}$,8946		1,1054	2,8960		1,1040	0013	$\bar{1}$,9987	950	1,4057	
0,0		0,^{q}							0,		0,^{q}		
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	sin	arc		
			1/Ch u		Ch u	1/Sh u		Sh u	1/Tgh u	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		1/Tgh u		Sh u		1/Sh u		Ch u	1/Ch u			
		arc	**sinus**	**d**	**coséc**	**d**	**tang**	**d**	**cotg**	**d**	**séc**	**cosin**			
0,		**0,q**	0,				0,					0,	**0,q**		
0786	16	**050**	0785	15	12,745	249	0787	16	12,706	250	1,0031	9969	**950**	3.2368	198
0802	16	**051**	0800	16	496	240	0803	16	456	241	0032	9968	**949**	2170	195
0818	15	**052**	0816	16	256	230	0819	15	12,215	231	0033	9967	**948**	1975	190
0833	16	**053**	0832	15	12,026	223	0834	16	11,984	223	0035	9965	**947**	1785	188
0849	16	**054**	0847	16	11,803	214	0850	16	761	215	0036	9964	**946**	1597	183
0865	16	**055**	0863	16	11,589	206	0866	16	11,546	207	1,0037	9963	**945**	3,1414	181
0881	16	**056**	0879	15	383	199	0882	16	339	200	0039	9961	**944**	1233	177
0897	15	**057**	0894	16	11,184	193	0898	16	11,139	193	0040	9960	**943**	1056	174
0912	16	**058**	0910	15	10,991	185	0914	15	10,946	187	0042	9959	**942**	0882	171
0928	16	**059**	0925	16	806	180	0929	16	759	180	0043	9957	**941**	0711	169
0944	16	**060**	0941	16	10,626	174	0945	16	10,579	175	1,0045	9956	**940**	3,0542	165
0960	15	**061**	0957	15	452	168	0961	16	404	168	0046	9954	**939**	0377	163
0975	16	**062**	0972	16	284	162	0977	16	236	164	0048	9953	**938**	0214	160
0991	16	**063**	0988	16	10,122	158	0993	16	10,072	158	0049	9951	**937**	3,0054	158
1007	16	**064**	1004	15	9,964	153	1009	16	9,914	154	0051	9950	**936**	2,9896	155
1023	16	**065**	1019	16	9,811	148	1025	15	9,760	149	1,0052	9948	**935**	2,9741	153
1039	15	**066**	1035	15	663	144	1040	16	611	144	0054	9946	**934**	9588	151
1054	16	**067**	1050	16	519	139	1056	16	467	141	0056	9945	**933**	9437	148
1070	16	**068**	1066	16	380	136	1072	16	326	136	0057	9943	**932**	9289	147
1086	16	**069**	1082	15	244	131	1088	16	190	132	0059	9941	**931**	9142	144
1102	16	**070**	1097	16	9,113	128	1104	16	9.058	129	1,0061	9940	**930**	2,8998	142
1118	15	**071**	1113	16	8.985	124	1120	16	8.929	125	0063	9938	**929**	8856	140
1133	16	**072**	1129	15	861	121	1136	16	804	121	0064	9936	**928**	8716	138
1149	16	**073**	1144	16	740	118	1152	16	683	119	0066	9934	**927**	8578	137
1165	16	**074**	1160	15	622	114	1168	16	564	115	0068	9933	**926**	8441	134
1181	16	**075**	1175	16	8,508	111	1184	16	8,449	112	1,0070	9931	**925**	2,8307	133
1197	15	**076**	1191	16	397	109	1200	15	337	110	0072	9929	**924**	8174	131
1212	16	**077**	1207	15	288	106	1215	16	227	106	0074	9927	**923**	8043	129
1228	16	**078**	1222	16	182	103	1231	16	121	104	0076	9925	**922**	7914	128
1244	16	**079**	1238	15	8,079	100	1247	16	017	101	0077	9923	**921**	7786	126
1260	16	**080**	1253	16	7,979	98	1263	16	7.916	99	1,0079	9921	**920**	2,7660	125
1276	16	**081**	1269	15	881	96	1279	16	817	96	0081	9919	**919**	7535	123
1292	15	**082**	1284	16	785	93	1295	16	721	94	0084	9917	**918**	7412	121
1307	16	**083**	1300	16	692	91	1311	16	627	92	0086	9915	**917**	7291	120
1323	16	**084**	1316	15	601	89	1327	16	535	90	0088	9913	**916**	7171	119
1339	16	**085**	1331	16	7,512	87	1343	16	7,445	88	1,0090	9911	**915**	2,7052	117
1355	16	**086**	1347	15	425	85	1359	16	357	85	0092	9909	**914**	6935	116
1371	16	**087**	1362	16	340	83	1375	16	272	84	0094	9907	**913**	6819	115
1387	16	**088**	1378	15	257	81	1391	16	188	82	0096	9905	**912**	6704	113
1403	15	**089**	1393	16	176	79	1407	16	106	80	0099	9902	**911**	6591	113
1418	16	**090**	1409	16	7.097	77	1423	16	7,026	78	1,0101	9900	**910**	2,6478	110
1434	16	**091**	1425	15	7.020	76	1439	16	6,948	76	0103	9898	**909**	6368	110
1450	16	**092**	1440	16	6.944	74	1455	16	872	75	0105	9896	**908**	6258	109
1466	16	**093**	1456	15	870	73	1471	16	797	74	0108	9893	**907**	6149	107
1482	16	**094**	1471	16	797	71	1487	16	723	72	0110	9891	**906**	6042	106
1498	16	**095**	1487	15	6.726	69	1503	16	6.651	70	1,0112	9889	**905**	2,5936	105
1514	16	**096**	1502	16	657	68	1519	17	581	69	0115	9887	**904**	5831	104
1530	15	**097**	1518	15	589	67	1536	16	512	67	0117	9884	**903**	5727	103
1545	16	**098**	1533	16	522	66	1552	16	445	66	0120	9882	**902**	5624	102
1561	16	**099**	1549	15	456	64	1568	16	379	65	0122	9879	**901**	5522	101
1577		**100**	1564		6,392		1584		6,314		1,0125	9877	**900**	2,5421	
0,		**0,q**	0,				0,					0,	**0,q**		
			cosin	**d**	**séc**	**d**	**cotg**	**d**	**tang**	**d**	**coséc**	**sinus**	**arc**		
			1/Ch u		Ch u		1/Sh u		Sh u		1/Tgh u	Tgh u	Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	coséc	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,0		0^q							0,	1,	0^q		
3414	69	050	$\bar{2}$,8946	[illegible]	1,1054	$\bar{2}$,8960	86	1,1040	0013	9987	950	1,4057	86
3483	68	051	9032	84	0968	9046	85	0954	0014	9986	949	3971	84
3551	69	052	9116	83	0884	9131	83	0869	0015	9985	948	3887	83
3620	68	053	9199	81	0801	9214	82	0786	0015	9985	947	3804	81
3688	69	054	9280	79	0720	9296	80	0704	0016	9984	946	3723	80
3757	68	055	$\bar{2}$,9359	78	1,0641	$\bar{2}$,9376	78	1,0624	0016	9984	945	1,3643	79
3825	69	056	9437	77	0563	9454	78	0546	0017	9983	944	3564	77
3894	68	057	9514	75	0486	9532	76	0468	0017	9983	943	3487	75
3962	69	058	9589	75	0411	9608	74	0392	0018	9982	942	3412	75
4031	68	059	9664	72	0336	9682	74	0318	0019	9981	941	3337	73
4099	69	050	$\bar{2}$,9736	72	1,0264	$\bar{2}$,9756	72	1,0244	0019	9981	940	1,3264	72
4168	68	061	9808	70	0192	9828	71	0172	0020	9980	939	3192	70
4236	69	052	9878	70	0122	9899	70	0101	0021	9979	938	3122	70
4305	68	063	$\bar{2}$,9948	68	1,0052	$\bar{2}$,9969	69	1,0031	0021	9979	937	3052	68
4373	69	064	$\bar{1}$,0016	67	0,9984	$\bar{1}$,0038	67	0,9962	0022	9978	936	2984	68
4442	69	065	$\bar{1}$,0083	66	0,9917	$\bar{1}$,0105	67	0,9895	0023	9977	935	1,2916	66
4511	68	066	0149	65	9851	0172	66	9828	0023	9977	934	2850	66
4579	69	067	0214	64	9786	0238	65	9762	0024	9976	933	2784	64
4648	68	068	0278	63	9722	0303	64	9697	0025	9975	932	2720	64
4716	69	069	0341	62	9659	0367	63	9633	0026	9974	931	2656	62
4785	69	070	$\bar{1}$,0403	62	0,9597	$\bar{1}$,0430	62	0,9570	0026	9974	930	1,2594	62
4854	68	071	0465	60	9535	0492	61	9508	0027	9973	929	2532	61
4922	69	072	0525	60	9475	0553	61	9447	0028	9972	928	2471	60
4991	69	073	0585	59	9415	0614	59	9386	0029	9971	927	2411	59
5060	68	074	0644	58	9356	0673	59	9327	0029	9971	926	2352	59
5128	69	075	$\bar{1}$,0702	57	0,9298	$\bar{1}$,0732	58	0,9268	0030	9970	925	1,2293	57
5197	69	076	0759	57	9241	0790	57	9210	0031	9969	924	2236	57
5266	68	077	0816	55	9184	0847	57	9153	0032	9968	923	2179	56
5334	69	078	0871	55	9129	0904	56	9096	0033	9967	922	2123	56
5403	69	079	0926	55	9074	0960	55	9040	0034	9966	921	2067	55
5472	69	080	$\bar{1}$,0981	53	0,9019	$\bar{1}$,1015	55	0,8985	0034	9966	920	1,2012	54
5541	68	081	1034	53	8966	1070	53	8930	0035	9965	919	1958	53
5609	69	082	1087	53	8913	1123	54	8877	0036	9964	918	1905	53
5678	69	083	1140	51	8860	1177	52	8823	0037	9963	917	1852	52
5747	69	084	1191	51	8809	1229	52	8771	0038	9962	916	1800	52
5816	69	085	$\bar{1}$,1242	51	0,8758	$\bar{1}$,1281	52	0,8719	0039	9961	915	1,1748	50
5885	69	086	1293	50	8707	1333	51	8667	0040	9960	914	1698	51
5954	68	087	1343	49	8657	1384	50	8616	0041	9959	913	1647	50
6022	69	088	1392	49	8608	1434	50	8566	0042	9958	912	1597	49
6091	69	089	1441	48	8559	1484	49	8516	0043	9957	911	1548	49
6160	69	090	$\bar{1}$,1489	48	0,8511	$\bar{1}$,1533	48	0,8467	0044	9956	910	1,1499	48
6229	69	091	1537	47	8463	1581	48	8419	0045	9955	909	1451	47
6298	69	092	1584	47	8416	1629	48	8371	0046	9954	908	1404	47
6367	69	093	1631	46	8369	1677	47	8323	0047	9953	907	1357	47
6436	69	094	1677	45	8323	1724	47	8276	0048	9952	906	1310	46
6505	69	095	$\bar{1}$,1722	45	0,8278	$\bar{1}$,1771	46	0,8229	0049	9951	905	1,1264	46
6574	69	096	1767	45	8233	1817	46	8183	0050	9950	904	1218	45
6643	69	097	1812	44	8188	1863	45	8137	0051	9949	903	1173	45
6712	69	098	1856	44	8144	1908	45	8092	0052	9948	902	1128	44
6781	69	099	1900	43	8100	1953	44	8047	0053	9947	901	1084	44
6850		100	$\bar{1}$,1943		0,8057	$\bar{1}$,1997		0,8003	0054	9946	900	1,1040	
0,0		0^q							0,	1,	0^q		
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh}\,u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Ch}\,u}$			
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	cosin			
'		$0,^{\text{q}}$	0,				0,					0,	$0,^{\text{q}}$		
1577	16	**100**	1564	16	6,392	62	1584	16	6,314	64	1,0125	9877	**900**	2,5421	100
1593	16	**101**	1580	15	330	62	1600	16	250	62	0127	9874	**899**	5321	99
1609	16	**102**	1595	16	268	60	1616	16	188	61	0130	9872	**898**	5222	98
1625	16	**103**	1611	15	208	59	1632	16	127	60	0132	9869	**897**	5124	97
1641	16	**104**	1626	16	149	58	1648	16	067	59	0135	9867	**896**	5027	96
1657	16	**105**	1642	15	6,091	57	1664	17	6,008	58	1,0138	9864	**895**	2,4931	95
1673	16	**106**	1657	16	6,034	56	1681	16	5,950	56	0140	9862	**894**	4836	95
1689	16	**107**	1673	15	5,978	55	1697	16	894	56	0143	9859	**893**	4741	93
1705	16	**108**	1688	16	923	54	1713	16	838	55	0146	9856	**892**	4648	93
1721	16	**109**	1704	15	869	53	1729	16	783	53	0148	9854	**891**	4555	92
1737	15	**110**	1719	16	5,816	52	1745	16	5,730	53	1,0151	9851	**890**	2,4463	90
1752	16	**111**	1735	15	764	50	1761	17	677	52	0154	9848	**889**	4373	91
1768	16	**112**	1750	16	714	51	1778	16	625	50	0157	9846	**888**	4282	89
1784	16	**113**	1766	15	663	49	1794	16	575	50	0160	9843	**887**	4193	89
1800	16	**114**	1781	16	614	48	1810	16	525	50	0163	9840	**886**	4104	87
1816	16	**115**	1797	15	5,566	47	1826	17	5.475	48	1,0165	9837	**885**	2,4017	87
1832	16	**116**	1812	16	519	47	1843	16	427	47	0168	9834	**884**	3930	87
1848	16	**117**	1828	15	472	46	1859	16	380	47	0171	9832	**883**	3843	85
1864	16	**118**	1843	15	426	45	1875	16	333	46	0174	9829	**882**	3758	85
1880	16	**119**	1858	16	381	44	1891	17	287	45	0177	9826	**881**	3673	84
1896	16	**120**	1874	15	5,337	44	1908	16	5,242	44	1,0180	9823	**880**	2,3589	84
1912	16	**121**	1889	16	293	43	1924	16	198	44	0183	9820	**879**	3505	83
1928	16	**122**	1905	15	250	42	1940	16	154	43	0186	9817	**878**	3422	82
1944	16	**123**	1920	15	208	41	1956	17	111	42	0190	9814	**877**	3340	81
1960	16	**124**	1935	16	167	41	1973	16	069	42	0193	9811	**876**	3259	81
1976	16	**125**	1951	15	5,126	40	1989	16	5.027	41	1,0196	9808	**875**	2.3178	80
1992	16	**126**	1966	16	086	40	2005	17	4,986	40	0199	9805	**874**	3098	80
2008	16	**127**	1982	15	046	39	2022	16	946	40	0202	9802	**873**	3018	79
2024	16	**128**	1997	15	5.007	38	2038	17	906	39	0206	9799	**872**	2939	78
2040	16	**129**	2012	16	4.969	38	2055	16	867	38	0209	9795	**871**	2861	78
2056	16	**130**	2028	15	4.931	37	2071	16	4.829	38	1,0212	9792	**870**	2,2783	77
2072	16	**131**	2043	16	894	36	2087	17	791	37	0216	9789	**869**	2706	77
2088	17	**132**	2059	15	858	36	2104	16	754	37	0219	9786	**868**	2629	76
2105	16	**133**	2074	15	822	36	2120	17	717	36	0222	9783	**867**	2553	75
2121	16	**134**	2089	16	786	35	2137	16	681	36	0226	9779	**866**	2478	75
2137	16	**135**	2105	15	4,751	34	2153	16	4,645	35	1,0229	9776	**865**	2,2403	74
2153	16	**136**	2120	15	717	34	2169	17	610	35	0233	9773	**864**	2329	74
2169	16	**137**	2135	16	683	33	2186	16	575	34	0236	9769	**863**	2255	74
2185	16	**138**	2151	15	650	33	2202	17	541	34	0240	9766	**862**	2181	72
2201	16	**139**	2166	15	617	33	2219	16	507	33	0243	9763	**861**	2109	73
2217	16	**140**	2181	16	4,584	32	2235	17	4,474	33	1,0247	9759	**860**	2,2036	71
2233	16	**141**	2197	15	552	31	2252	16	441	32	0250	9756	**859**	1965	72
2249	16	**142**	2212	15	521	31	2268	17	409	32	0254	9752	**858**	1893	70
2265	16	**143**	2227	16	490	31	2285	16	377	32	0258	9749	**857**	1823	71
2281	17	**144**	2243	15	459	30	2301	17	345	31	0261	9745	**856**	1752	70
2298	16	**145**	2258	15	4,429	30	2318	16	4,314	30	1,0265	9742	**855**	2,1682	69
2314	16	**145**	2273	16	399	30	2334	17	284	30	0269	9738	**854**	1613	69
2330	16	**147**	2289	15	369	29	2351	17	254	30	0273	9735	**853**	1544	68
2346	16	**148**	2304	15	340	28	2368	16	224	30	0276	9731	**852**	1476	68
2362	16	**149**	2319	15	312	28	2384	17	194	29	0280	9727	**851**	1408	68
2378		**150**	2334		4,284		2401		4,165		1,0284	9724	**850**	2,1340	
u,		$0,^{\text{q}}$	0,				0,					0,	$0,^{\text{q}}$		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch}\,u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh}\,u}$	Tgh u	Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	**sinus**	**d**	**coséc**	**tang**	**d**	**cotg**	**séc**	**cosin**			
0,		**0,^{q}**	$\bar{1}$,		0,	$\bar{1}$,		0,	0,	$\bar{1}$,	**0,^{q}**		
06850	69	**100**	1943	43	8057	1997	44	8003	0054	9946	**900**	1,1040	43
06919	69	**101**	1986	43	8014	2041	44	7959	0055	9945	**899**	0997	43
06988	69	**102**	2029	42	7971	2085	43	7915	0056	9944	**898**	0954	43
07057	70	**103**	2071	41	7929	2128	42	7872	0057	9943	**897**	0911	42
07127	69	**104**	2112	41	7888	2170	43	7830	0058	9942	**896**	0869	42
07196	69	**105**	2153	41	7847	2213	42	7787	0059	9941	**895**	1,0827	41
07265	69	**106**	2194	41	7806	2255	41	7745	0060	9940	**894**	0786	41
07334	69	**107**	2235	40	7765	2296	41	7704	0062	9938	**893**	0745	41
07403	69	**108**	2275	39	7725	2337	41	7663	0063	9937	**892**	0704	40
07472	70	**109**	2314	39	7686	2378	41	7622	0064	9936	**891**	0664	40
07542	69	**110**	2353	39	7647	2419	40	7581	0065	9935	**890**	1,0624	39
07611	69	**111**	2392	39	7608	2459	40	7541	0066	9934	**889**	0585	39
07680	70	**112**	2431	38	7569	2499	39	7501	0068	9932	**888**	0546	39
07750	69	**113**	2469	38	7531	2538	39	7462	0069	9931	**887**	0507	39
07819	69	**114**	2507	38	7493	2577	39	7423	0070	9930	**886**	0468	38
07888	70	**115**	2545	37	7455	2616	38	7384	0071	9929	**885**	1,0430	38
07958	69	**116**	2582	37	7418	2654	38	7346	0072	9928	**884**	0392	37
08027	69	**117**	2619	36	7381	2692	38	7308	0074	9926	**883**	0355	37
08096	70	**118**	2655	36	7345	2730	38	7270	0075	9925	**882**	0318	37
08166	69	**119**	2691	36	7309	2768	37	7232	0076	9924	**881**	0281	37
08235	70	**120**	2727	36	7273	2805	37	7195	0078	9922	**880**	1,0244	36
08305	69	**121**	2763	35	7237	2842	36	7158	0079	9921	**879**	0208	36
08374	70	**122**	2798	35	7202	2878	37	7122	0080	9920	**878**	0172	35
08444	69	**123**	2833	35	7167	2915	36	7085	0082	9918	**877**	0137	36
08513	70	**124**	2868	34	7132	2951	36	7049	0083	9917	**876**	0101	35
08583	69	**125**	2902	35	7098	2987	35	7013	0084	9916	**875**	1,0066	35
08652	70	**126**	2937	33	7063	3022	35	6978	0086	9914	**874**	1,0031	34
08722	69	**127**	2970	34	7030	3057	35	6943	0087	9913	**873**	0,9997	35
08791	70	**128**	3004	33	6996	3092	35	6908	0088	9912	**872**	9962	34
08861	70	**129**	3037	33	6963	3127	35	6873	0090	9910	**871**	9928	33
08931	69	**130**	3070	33	6930	3162	34	6838	0091	9909	**870**	0,9895	34
09000	70	**131**	3103	33	6897	3196	34	6804	0093	9907	**869**	9861	33
09070	70	**132**	3136	32	6864	3230	34	6770	0094	9906	**868**	9828	33
09140	70	**133**	3168	32	6832	3264	33	6736	0095	9905	**867**	9795	33
09210	69	**134**	3200	32	6800	3297	33	6703	0097	9903	**866**	9762	33
09279	70	**135**	3232	32	6768	3330	33	6670	0098	9902	**865**	0,9729	32
09349	70	**136**	3264	31	6736	3363	33	6637	0100	9900	**864**	9697	32
09419	70	**137**	3295	31	6705	3396	33	6604	0101	9899	**863**	9665	32
09489	70	**138**	3326	31	6674	3429	32	6571	0103	9897	**862**	9633	31
09559	70	**139**	3357	30	6643	3461	32	6539	0104	9896	**861**	9602	32
09629	69	**140**	3387	31	6613	3493	32	6507	0106	9894	**860**	0,9570	31
09698	70	**141**	3418	30	6582	3525	32	6475	0107	9893	**859**	9539	31
09768	70	**142**	3448	30	6552	3557	31	6443	0109	9891	**858**	9508	31
09838	70	**143**	3478	30	6522	3588	32	6412	0110	9890	**857**	9477	30
09908	70	**144**	3508	29	6492	3620	31	6380	0112	9888	**856**	9447	30
09978	70	**145**	3537	30	6463	3651	31	6349	0114	9886	**855**	0,9417	31
10048	70	**146**	3567	29	6433	3682	31	6318	0115	9885	**854**	9386	29
10118	71	**147**	3596	29	6404	3713	30	6287	0117	9883	**853**	9357	30
10189	70	**148**	3625	28	6375	3743	30	6257	0118	9882	**852**	9327	30
10259	70	**149**	3653	29	6347	3773	31	6227	0120	9880	**851**	9297	29
10329		**150**	3682		6318	3804		6196	0122	9878	**850**	0,9268	
0,		**0,^{q}**	$\bar{1}$,		0,	1,		0,	0,	$\bar{1}$,	**0,^{q}**		
			cosin	**d**	**séc**	**cotg**	**d**	**tang**	**coséc**	**sinus**	**arc**		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	cosin			
0,		**0,q**	0,		0,		0,					0,	**0,q**		
2378	16	**150**	2334	16	4,284	28	2401	16	4.165	28	1,0284	9724	**850**	2,1340	67
2394	17	**151**	2350	15	256	28	2417	17	137	29	0288	9720	**849**	1273	66
2411	16	**152**	2365	15	228	27	2434	17	108	28	0292	9716	**848**	1207	66
2427	16	**153**	2380	16	201	27	2451	16	080	27	0296	9713	**847**	1141	66
2443	16	**154**	2396	15	174	26	2467	17	053	27	0300	9709	**846**	1075	66
2459	16	**155**	2411	15	4.148	26	2484	17	4.026	27	1,0304	9705	**845**	2.1009	65
2475	17	**156**	2426	15	122	26	2501	16	3.999	27	0308	9701	**844**	0944	64
2492	16	**157**	2441	15	096	25	2517	17	972	26	0312	9697	**843**	0880	64
2508	16	**158**	2456	16	071	25	2534	17	946	26	0316	9694	**842**	0816	64
2524	16	**159**	2472	15	046	25	2551	17	920	25	0320	9690	**841**	0752	63
2540	16	**160**	2487	15	4.021	24	2568	16	3.895	26	1.0324	9686	**840**	2,0689	63
2556	17	**161**	2502	15	3.997	25	2584	17	869	24	0329	9682	**839**	0626	63
2573	16	**162**	2517	16	972	23	2601	17	845	25	0333	9678	**838**	0563	62
2589	16	**163**	2533	15	949	24	2618	17	820	24	0337	9674	**837**	0501	62
2605	16	**164**	2548	15	925	23	2635	16	796	24	0341	9670	**836**	0439	61
2621	17	**165**	2563	15	3.902	23	2651	17	3.772	24	1,0346	9666	**835**	2,0378	62
2638	16	**166**	2578	15	879	23	2668	17	748	24	0350	9662	**834**	0316	60
2654	16	**167**	2593	15	856	22	2685	17	724	23	0354	9658	**833**	0256	61
2670	16	**168**	2608	16	834	22	2702	17	701	23	0359	9654	**832**	0195	60
2686	17	**169**	2624	15	812	22	2719	17	678	23	0363	9650	**831**	0135	59
2703	16	**170**	2639	15	3,790	22	2736	17	3.655	22	1,0367	9646	**830**	2,0076	60
2719	16	**171**	2654	15	768	21	2753	16	633	22	0372	9641	**829**	2,0016	59
2735	17	**172**	2669	15	747	21	2769	17	611	22	0376	9637	**828**	1,9957	59
2752	16	**173**	2684	15	726	21	2786	17	589	22	0381	9633	**827**	9898	58
2768	16	**174**	2699	15	705	21	2803	17	567	21	0386	9629	**826**	9840	58
2784	17	**175**	2714	16	3,684	20	2820	17	3,546	21	1,0390	9625	**825**	1,9782	58
2801	16	**176**	2730	15	664	21	2837	17	525	21	0395	9620	**824**	9724	57
2817	16	**177**	2745	15	643	19	2854	17	504	21	0399	9616	**823**	9667	57
2833	17	**178**	2760	15	624	20	2871	17	483	21	0404	9612	**822**	9610	57
2850	16	**179**	2775	15	604	20	2888	17	462	20	0409	9607	**821**	9553	56
2866	16	**180**	2790	15	3,584	19	2905	17	3,442	20	1,0413	9603	**820**	1,9497	56
2882	17	**181**	2805	15	565	19	2922	17	422	20	0418	9599	**819**	9441	56
2899	16	**182**	2820	15	546	19	2939	17	402	20	0423	9594	**818**	9385	56
2915	16	**183**	2835	15	527	18	2956	18	382	19	0428	9590	**817**	9329	55
2931	17	**184**	2850	15	509	19	2974	17	363	19	0433	9585	**816**	9274	55
2948	16	**185**	2865	15	3,490	18	2991	17	3,344	19	1,0438	9581	**815**	1.9219	55
2964	17	**186**	2880	15	472	18	3008	17	325	19	0443	9576	**814**	9164	54
2981	16	**187**	2895	15	454	18	3025	17	306	19	0447	9572	**813**	9110	54
2997	16	**188**	2910	15	436	18	3042	17	287	18	0452	9567	**812**	9056	54
3013	17	**189**	2925	15	418	17	3059	17	269	18	0457	9563	**811**	9002	54
3030	16	**190**	2940	15	3,401	17	3076	18	3.251	19	1,0463	9558	**810**	1,8948	53
3046	17	**191**	2955	15	384	17	3094	17	232	17	0468	9553	**809**	8895	53
3063	16	**192**	2970	15	367	17	3111	17	215	18	0473	9549	**808**	8842	53
3079	17	**193**	2985	15	350	17	3128	17	197	18	0478	9544	**807**	8789	52
3096	16	**194**	3000	15	333	17	3145	18	179	17	0483	9539	**806**	8737	52
3112	17	**195**	3015	15	3,316	16	3163	17	3,162	17	1,0488	9535	**805**	1,8685	52
3129	16	**196**	3030	15	300	16	3180	17	145	17	0493	9530	**804**	8633	52
3145	17	**197**	3045	16	284	16	3197	17	128	17	0499	9525	**803**	8581	51
3162	16	**198**	3060	15	268	16	3214	18	111	17	0504	9520	**802**	8529	51
3178	17	**199**	3075	15	252	16	3232	17	094	16	0509	9515	**801**	8478	51
3195		**200**	3090		[illegible]		3249		3.078		1,0515	9511	**800**	1,8427	
0,		**0,q**	0,				0,					0,	**0,q**		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	cosèc	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,		$0^q,$	$\bar{1},$		0,	$\bar{1},$		0,	0,	$\bar{1},$	$0^q,$	0,	
10329	70	**150**	3682	28	6318	3804	29	6196	0122	9878	**850**	9268	29
10399	70	**151**	3710	28	6290	3833	30	6167	0123	9877	**849**	9239	29
10469	70	**152**	3738	28	6262	3863	30	6137	0125	9875	**848**	9210	29
10539	71	**153**	3766	28	6234	3893	29	6107	0127	9873	**847**	9181	28
10610	70	**154**	3794	28	6206	3922	30	6078	0128	9872	**846**	9153	29
10680	70	**155**	3822	27	6178	3952	29	6048	0130	9870	**845**	9124	28
10750	71	**156**	3849	27	6151	3981	29	6019	0132	9868	**844**	9096	28
10821	70	**157**	3876	27	6124	4010	28	5990	0133	9867	**843**	9068	28
10891	70	**158**	3903	27	6097	4038	29	5962	0135	9865	**842**	9040	28
10961	71	**159**	3930	27	6070	4067	28	5933	0137	9863	**841**	9012	27
11032	70	**160**	3957	26	6043	4095	28	5905	0139	9861	**840**	8985	27
11102	71	**161**	3983	26	6017	4123	29	5877	0140	9860	**839**	8958	28
11173	70	**162**	4009	27	5991	4152	27	5848	0142	9858	**838**	8930	27
11243	71	**163**	4036	25	5964	4179	28	5821	0144	9856	**837**	8903	26
11314	70	**164**	4061	26	5939	4207	28	5793	0146	9854	**836**	8877	27
11384	71	**165**	4087	26	5913	4235	27	5765	0148	9852	**835**	8850	27
11455	70	**166**	4113	25	5887	4262	28	5738	0149	9851	**834**	8823	26
11525	71	**167**	4138	26	5862	4290	27	5710	0151	9849	**833**	8797	26
11596	71	**168**	4164	25	5836	4317	27	5683	0153	9847	**832**	8771	26
11667	71	**169**	4189	25	5811	4344	27	5656	0155	9845	**831**	8745	26
11738	70	**170**	4214	25	5786	4371	26	5629	0157	9843	**830**	8719	26
11808	71	**171**	4239	25	5761	4397	27	5603	0159	9841	**829**	8693	26
11879	71	**172**	4264	24	5736	4424	26	5576	0160	9840	**828**	8667	25
11950	71	**173**	4288	24	5712	4450	27	5550	0162	9838	**827**	8642	26
12021	71	**174**	4312	25	5688	4477	26	5523	0164	9836	**826**	8616	25
12092	70	**175**	4337	24	5663	4503	26	5497	0166	9834	**825**	8591	25
12162	71	**176**	4361	24	5639	4529	26	5471	0168	9832	**824**	8566	25
12233	71	**177**	4385	24	5615	4555	26	5445	0170	9830	**823**	8541	25
12304	71	**178**	4409	23	5591	4581	25	5419	0172	9828	**822**	8516	24
12375	71	**179**	4432	24	5568	4606	26	5394	0174	9826	**821**	8492	25
12446	71	**180**	4456	23	5544	4632	25	5368	0176	9824	**820**	8467	24
12517	71	**181**	4479	24	5521	4657	26	5343	0178	9822	**819**	8443	24
12588	72	**182**	4503	23	5497	4683	25	5317	0180	9820	**818**	8419	24
12660	71	**183**	4526	23	5474	4708	25	5292	0182	9818	**817**	8395	24
12731	71	**184**	4549	23	5451	4733	25	5267	0184	9816	**816**	8371	24
12802	71	**185**	4572	22	5428	4758	24	5242	0186	9814	**815**	8347	24
12873	71	**186**	4594	23	5406	4782	25	5218	0188	9812	**814**	8323	24
12944	72	**187**	4617	22	5383	4807	25	5193	0190	9810	**813**	8299	23
13016	71	**188**	4639	23	5361	4832	24	5168	0192	9808	**812**	8276	24
13087	71	**189**	4662	22	5338	4856	24	5144	0194	9806	**811**	8252	23
13158	72	**190**	4684	22	5316	4880	25	5120	0196	9804	**810**	8229	23
13230	71	**191**	4706	22	5294	4905	24	5095	0198	9802	**809**	8206	23
13301	72	**192**	4728	22	5272	4929	24	5071	0201	9799	**808**	8183	23
13373	71	**193**	4750	22	5250	4953	24	5047	0203	9797	**807**	8160	23
13444	72	**194**	4772	21	5228	4977	23	5023	0205	9795	**806**	8137	22
13516	71	**195**	4793	22	5207	5000	24	5000	0207	9793	**805**	8115	23
13587	72	**196**	4815	21	5185	5024	24	4976	0209	9791	**804**	8092	22
13659	72	**197**	4836	22	5164	5048	23	4952	0211	9789	**803**	8070	23
13731	71	**198**	4858	21	5142	5071	23	4929	0214	9786	**802**	8047	22
13802	72	**199**	4879	21	5121	5094	24	4906	0216	9784	**801**	8025	22
13874		**200**	4900		5100	5118		4882	0218	9782	**800**	8003	
0,		$0^q,$	$\bar{1},$		0,	1,		0,	0,	$\bar{1},$	$0^q,$	0,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	cosèc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	cosin			
o,		0^q,	o,				o,					o,	0^q,		
3195	16	**200**	3090	15	3,2361	156	3249	18	3,0777	164	1,0515	9511	**800**	1,8427	50
3211	17	**201**	3105	15	2205	154	3267	17	0613	162	0520	9506	**799**	8377	51
3228	16	**202**	3120	15	2051	153	3284	17	0451	161	0525	9501	**798**	8326	50
3244	17	**203**	3135	15	1898	151	3301	18	0290	159	0531	9496	**797**	8276	50
3261	16	**204**	3150	15	1747	149	3319	17	3,0131	157	0536	9491	**796**	8226	50
3277	17	**205**	3165	15	3,1598	148	3336	18	2,9974	156	1,0542	9486	**795**	1,8176	49
3294	16	**206**	3180	15	1450	147	3354	17	9818	155	0547	9481	**794**	8127	50
3310	17	**207**	3195	14	1303	145	3371	18	9663	153	0553	9476	**793**	8077	49
3327	17	**208**	3209	15	1158	144	3389	17	9510	152	0559	9471	**792**	8028	49
3344	16	**209**	3224	15	1014	142	3406	18	9358	150	0564	9466	**791**	7979	48
3360	17	**210**	3239	15	3,0872	141	3424	17	2,9208	149	1,0570	9461	**790**	1,7931	49
3377	16	**211**	3254	15	0731	139	3441	18	9059	148	0576	9456	**789**	7882	48
3393	17	**212**	3269	15	0592	139	3459	17	8911	146	0581	9451	**788**	7834	48
3410	17	**213**	3284	15	0453	137	3476	18	8765	145	0587	9445	**787**	7786	47
3427	16	**214**	3299	14	0316	135	3494	18	8620	144	0593	9440	**786**	7739	48
3443	17	**215**	3313	15	3,0181	135	3512	17	2,8476	143	1,0599	9435	**785**	1,7691	47
3460	17	**216**	3328	15	3,0046	133	3529	18	8333	141	0605	9430	**784**	7644	47
3477	16	**217**	3343	15	2,9913	132	3547	18	8192	140	0610	9425	**783**	7597	47
3493	17	**218**	3358	15	9781	130	3565	17	8052	138	0616	9419	**782**	7550	47
3510	17	**219**	3373	14	9651	130	3582	18	7914	138	0622	9414	**781**	7503	46
3527	16	**220**	3387	15	2,9521	128	3600	18	2,7776	136	1,0628	9409	**780**	1,7457	47
3543	17	**221**	3402	15	9393	127	3618	18	7640	135	0634	9403	**779**	7410	46
3560	17	**222**	3417	15	9266	126	3636	18	7505	134	0640	9398	**778**	7364	46
3577	17	**223**	3432	14	9140	124	3654	17	7371	133	0647	9393	**777**	7318	45
3594	16	**224**	3446	15	9016	124	3671	18	7238	132	0653	9387	**776**	7273	46
3610	17	**225**	3461	15	2,8892	123	3689	18	2,7106	130	1,0659	9382	**775**	1,7227	45
3627	17	**226**	3476	15	8769	121	3707	18	6976	130	0665	9376	**774**	7182	45
3644	17	**227**	3491	14	8648	120	3725	18	6846	128	0671	9371	**773**	7137	45
3661	16	**228**	3505	15	8528	119	3743	18	6718	128	0677	9365	**772**	7092	45
3677	17	**229**	3520	15	8409	118	3761	18	6590	126	0684	9360	**771**	7047	44
3694	17	**230**	3535	14	2,8291	118	3779	18	2,6464	125	1,0690	9354	**770**	1,7003	45
3711	17	**231**	3549	15	8173	116	3797	18	6339	124	0696	9349	**769**	6958	44
3728	17	**232**	3564	15	8057	115	3815	18	6215	123	0703	9343	**768**	6914	44
3745	16	**233**	3579	14	7942	114	3833	18	6092	122	0709	9338	**767**	6870	43
3761	17	**234**	3593	15	7828	113	3851	18	5970	122	0716	9332	**766**	6827	44
3778	17	**235**	3608	15	2,7715	112	3869	18	2,5848	120	1,0722	9326	**765**	1,6783	44
3795	17	**236**	3623	14	7603	111	3887	18	5728	119	0729	9321	**764**	6739	43
3812	17	**237**	3637	15	7492	110	3905	18	5609	118	0735	9315	**763**	6696	43
3829	17	**238**	3652	15	7382	109	3923	18	5491	118	0742	9309	**762**	6653	43
3846	17	**239**	3667	14	7273	108	3941	18	5373	116	0749	9304	**761**	6610	43
3863	16	**240**	3681	15	2,7165	108	3959	18	2,5257	115	1,0755	9298	**760**	1,6567	42
3879	17	**241**	3696	14	7057	106	3977	19	5142	115	0762	9292	**759**	6525	43
3896	17	**242**	3710	15	6951	106	3996	18	5027	114	0769	9286	**758**	6482	42
3913	17	**243**	3725	15	6845	104	4014	18	4913	112	0775	9280	**757**	6440	42
3930	17	**244**	3740	14	6741	104	4032	18	4801	112	0782	9274	**756**	6398	42
3947	17	**245**	3754	15	2,6637	103	4050	19	2,4689	111	1,0789	9269	**755**	1,6356	42
3964	17	**246**	3769	14	6534	102	4069	18	4578	110	0796	9263	**754**	6314	41
3981	17	**247**	3783	15	6432	101	4087	18	4468	110	0803	9257	**753**	6273	42
3998	17	**248**	3798	14	6331	100	4105	19	4358	108	0810	9251	**752**	6231	41
4015	17	**249**	3812	15	6231	100	4124	18	4250	108	0817	9245	**751**	6190	41
4032		**250**	3827		2,6131		4142		2,4142		1,0824	9239	**750**	1,6149	
o,		0^q,	o,				o,					o,	0^q,		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	u	d

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		1/Tgh u	Sh u		1/Sh u	Ch u	1/Ch u			
		arc	sinus	d	coséc	tang	d	cotg	séc	cosin			
o,		0^{q},	$\bar{1}$,		o,	1,		o,	o,	1,	0^{q}	o,	
13874	72	**200**	4900	21	5100	5118	23	4882	0218	9782	**800**	8003	22
13946	71	**201**	4921	21	5079	5141	23	4859	0220	9780	**799**	7981	22
14017	72	**202**	4942	20	5058	5164	23	4836	0222	9778	**798**	7959	22
14089	72	**203**	4962	21	5038	5187	23	4813	0225	9775	**797**	7937	22
14161	72	**204**	4983	20	5017	5210	23	4790	0227	9773	**796**	7915	21
14233	72	**205**	5003	21	4997	5233	22	4767	0229	9771	**795**	7894	22
14305	72	**206**	5024	20	4976	5255	23	4745	0231	9769	**794**	7872	21
14377	72	**207**	5044	20	4956	5278	22	4722	0234	9766	**793**	7851	21
14449	72	**208**	5064	20	4936	5300	23	4700	0236	9764	**792**	7830	22
14521	72	**209**	5084	20	4916	5323	22	4677	0238	9762	**791**	7808	21
14593	72	**210**	5104	20	4896	5345	22	4655	0241	9759	**790**	7787	21
14665	72	**211**	5124	20	4876	5367	22	4633	0243	9757	**789**	7766	21
14737	73	**212**	5144	20	4856	5389	22	4611	0245	9755	**788**	7745	20
14810	72	**213**	5164	19	4836	5411	22	4589	0248	9752	**787**	7725	21
14882	72	**214**	5183	20	4817	5433	22	4567	0250	9750	**786**	7704	21
14954	72	**215**	5203	19	4797	5455	22	4545	0253	9747	**785**	7683	20
15026	73	**216**	5222	19	4778	5477	22	4523	0255	9745	**784**	7663	21
15099	72	**217**	5241	20	4759	5499	21	4501	0257	9743	**783**	7642	20
15171	73	**218**	5261	19	4739	5520	22	4480	0260	9740	**782**	7622	20
15244	72	**219**	5280	19	4720	5542	21	4458	0262	9738	**781**	7602	21
15316	73	**220**	5299	19	4701	5563	22	4437	0265	9735	**780**	7581	20
15389	72	**221**	5318	18	4682	5585	21	4415	0267	9733	**779**	7561	20
15461	73	**222**	5336	19	4664	5606	21	4394	0270	9730	**778**	7541	20
15534	72	**223**	5355	19	4645	5627	21	4373	0272	9728	**777**	7521	20
15606	73	**224**	5374	18	4626	5648	21	4352	0275	9725	**776**	7501	19
15679	73	**225**	5392	19	4608	5669	21	4331	0277	9723	**775**	7482	20
15752	73	**226**	5411	18	4589	5690	21	4310	0280	9720	**774**	7462	20
15825	72	**227**	5429	18	4571	5711	21	4289	0282	9718	**773**	7442	19
15897	73	**228**	5447	18	4553	5732	21	4268	0285	9715	**772**	7423	19
15970	73	**229**	5465	19	4535	5753	20	4247	0287	9713	**771**	7404	20
16043	73	**230**	5484	18	4516	5773	21	4227	0290	9710	**770**	7384	19
16116	73	**231**	5502	18	4498	5794	21	4206	0292	9708	**769**	7365	19
16189	73	**232**	5520	17	4480	5815	20	4185	0295	9705	**768**	7346	19
16262	73	**233**	5537	18	4463	5835	20	4165	0298	9702	**767**	7327	19
16335	73	**234**	5555	18	4445	5855	21	4145	0300	9700	**766**	7308	19
16408	74	**235**	5573	17	4427	5876	20	4124	0303	9697	**765**	7289	19
16482	73	**236**	5590	18	4410	5896	20	4104	0306	9694	**764**	7270	19
16555	73	**237**	5608	17	4392	5916	20	4084	0308	9692	**763**	7251	19
16628	73	**238**	5625	18	4375	5936	20	4064	0311	9689	**762**	7232	18
16701	74	**239**	5643	17	4357	5956	20	4044	0314	9686	**761**	7214	19
16775	73	**240**	5660	17	4340	5976	20	4024	0316	9684	**760**	7195	18
16848	74	**241**	5677	17	4323	5996	20	4004	0319	9681	**759**	7177	19
16922	73	**242**	5694	17	4306	6016	20	3984	0322	9678	**758**	7158	18
16995	74	**243**	5711	17	4289	6036	19	3964	0324	9676	**757**	7140	18
17069	73	**244**	5728	17	4272	6055	20	3945	0327	9673	**756**	7122	19
17142	74	**245**	5745	17	4255	6075	20	3925	0330	9670	**755**	7103	18
17216	73	**246**	5762	17	4238	6095	19	3905	0333	9667	**754**	7085	18
17289	74	**247**	5779	16	4221	6114	20	3886	0335	9665	**753**	7067	18
17363	74	**248**	5795	17	4205	6134	19	3866	0338	9662	**752**	7049	18
17437	74	**249**	5812	16	4188	6153	19	3847	0341	9659	**751**	7031	18
17511		**250**	5828		4172	6172		3828	0344	9656	**750**	7013	
o,		0^{q},	$\bar{1}$,		o,	$\bar{1}$,		o,	o,	$\bar{1}$,	0^{q}	o,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	sinus	arc		
			1/Ch u		Ch u	1/Sh u		Sh u	1/Tgh u	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\mathrm{Tgh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,u}$		Ch u		$\frac{1}{\mathrm{Ch}\,u}$				
		arc	sinus	d	cosée	d	tang	d	cotg	d	séc	d	cosin	d			
0,		0^{q}.	0.				0.						0.		0^{q}.		
4032	17	**250**	3827	14	2,6131	98	4142	19	2,4142	107	1,0824	7	9239	6	**750**	1,6149	41
4049	17	**251**	3841	15	6033	98	4161	18	4035	106	0831	7	9233	6	**749**	6108	41
4066	17	**252**	3856	14	5935	97	4179	18	3929	105	0838	7	9227	6	**748**	6067	41
4083	17	**253**	3870	15	5838	97	4197	19	3824	105	0845	7	9221	6	**747**	6026	40
4100	17	**254**	3885	14	5741	95	4216	18	3719	103	0852	8	9215	7	**746**	5986	40
4117	17	**255**	3899	15	2,5646	95	4234	19	2,3616	103	1,0860	7	9208	6	**745**	1,5946	41
4134	17	**256**	3914	14	5551	94	4253	19	3513	102	0867	7	9202	6	**744**	5905	40
4151	17	**257**	3928	15	5457	93	4272	18	3411	102	0874	7	9196	6	**743**	5865	40
4168	17	**258**	3943	14	5364	93	4290	19	3309	100	0881	8	9190	6	**742**	5825	39
4185	18	**259**	3957	14	5271	91	4309	18	3209	100	0889	7	9184	6	**741**	5786	40
4203	17	**260**	3971	15	2,5180	92	4327	19	2,3109	100	1,0896	8	9178	7	**740**	1,5746	39
4220	17	**261**	3986	14	5088	90	4346	19	3009	98	0904	7	9171	6	**739**	5707	40
4237	17	**262**	4000	15	4998	89	4365	18	2911	98	0911	8	9165	6	**738**	5667	39
4254	17	**263**	4015	14	4909	89	4383	19	2813	97	0919	7	9159	7	**737**	5628	39
4271	17	**264**	4029	14	4820	89	4402	19	2716	96	0926	8	9152	6	**736**	5589	39
4288	17	**265**	4043	15	2,4731	87	4421	19	2,2620	96	1,0934	7	9146	6	**735**	1,5550	39
4305	18	**266**	4058	14	4644	87	4440	19	2524	95	0941	8	9140	7	**734**	5511	38
4323	17	**267**	4072	14	4557	86	4459	18	2429	95	0949	8	9133	6	**733**	5473	39
4340	17	**268**	4086	15	4471	86	4477	19	2334	93	0957	7	9127	7	**732**	5434	38
4357	17	**269**	4101	14	4385	85	4496	19	2241	93	0964	8	9120	6	**731**	5396	39
4374	18	**270**	4115	14	2,4300	84	4515	19	2,2148	93	1,0972	8	9114	6	**730**	1,5357	38
4392	17	**271**	4129	15	4216	83	4534	19	2055	92	0980	8	9108	7	**729**	5319	38
4409	17	**272**	4144	14	4133	83	4553	19	1963	91	0988	8	9101	6	**728**	5281	37
4426	17	**273**	4158	14	4050	83	4572	19	1872	90	0996	8	9095	7	**727**	5244	38
4443	18	**274**	4172	15	3967	81	4591	19	1782	90	1004	7	9088	7	**726**	5206	38
4461	17	**275**	4187	14	2,3886	81	4610	19	2,1692	90	1,1011	8	9081	6	**725**	1,5168	37
4478	17	**276**	4201	14	3805	81	4629	19	1602	88	1019	9	9075	7	**724**	5131	38
4495	18	**277**	4215	14	3724	80	4648	19	1514	88	1028	8	9068	6	**723**	5093	37
4513	17	**278**	4229	15	3644	79	4667	19	1426	88	1036	8	9062	7	**722**	5056	37
4530	17	**279**	4244	14	3565	79	4686	20	1338	87	1044	8	9055	7	**721**	5019	37
4547	18	**280**	4258	14	2,3486	78	4706	19	2,1251	86	1,1052	8	9048	6	**720**	1,4982	37
4565	17	**281**	4272	14	3408	77	4725	19	1165	86	1060	8	9042	7	**719**	4945	36
4582	17	**282**	4286	14	3331	77	4744	19	1079	85	1068	9	9035	7	**718**	4909	37
4599	18	**283**	4300	15	3254	77	4763	20	0994	85	1077	8	9028	7	**717**	4872	36
4617	17	**284**	4315	14	3177	76	4783	19	0909	84	1085	8	9021	6	**716**	4836	37
4634	18	**285**	4329	14	2,3101	75	4802	19	2,0825	84	1,1093	9	9015	7	**715**	1,4799	36
4652	17	**286**	4343	14	3026	75	4821	20	0741	83	1102	8	9008	7	**714**	4763	36
4669	18	**287**	4357	14	2951	74	4841	19	0658	82	1110	8	9001	7	**713**	4727	36
4687	17	**288**	4371	14	2877	73	4860	19	0576	82	1118	9	8994	7	**712**	4691	36
4704	18	**289**	4385	14	2804	74	4879	20	0494	81	1127	9	8987	7	**711**	4655	36
4722	17	**290**	4399	14	2.2730	72	4899	19	2,0413	81	1,1136	8	8980	7	**710**	1.4619	35
4739	18	**291**	4413	15	2658	72	4918	20	0332	81	1144	9	8973	7	**709**	4584	36
4757	17	**292**	4428	14	2586	72	4938	20	0251	80	1153	8	8966	7	**708**	4548	35
4774	18	**293**	4442	14	2514	71	4958	19	0171	79	1161	9	8959	7	**707**	4513	36
4792	17	**294**	4456	14	2443	71	4977	20	0092	79	1170	9	8952	7	**706**	4477	35
4809	18	**295**	4470	14	2.2372	70	4997	19	2.0013	78	1,1179	9	8945	7	**705**	1,4442	35
4827	17	**296**	4484	14	2302	69	5016	20	1,9935	78	1188	9	8938	7	**704**	4407	35
4844	18	**297**	4498	14	2233	69	5036	20	9857	78	1197	8	8931	7	**703**	4372	35
4862	18	**298**	4512	14	2164	69	5056	19	9779	76	1205	9	8924	7	**702**	4337	34
4880	17	**299**	4526	14	2095	68	5075	20	9703	77	1214	9	8917	7	**701**	4303	35
4897		**300**	4540		2,2027		5095		1,9626		1,1223		8910		**700**	1,4268	
0,		0^{q},	0.				0,						0.		0^{q},		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	cosée	d	sinus	d	arc		
			$\frac{1}{\mathrm{Ch}\,u}$		Ch u		$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\mathrm{Tgh}\,u}$		Tgh u		Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	cosec	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,		$0,^q$	$\bar{1}$,		0,	1,		0,	0,	$\bar{1}$,	$0,^q$	0,	
17511	74	250	5828	17	4172	6172	20	3828	0344	9656	750	7013	17
17585	74	251	5845	16	4155	6192	19	3808	0347	9653	749	6996	18
17659	73	252	5861	16	4139	6211	19	3789	0350	9650	748	6978	18
17732	74	253	5877	17	4123	6230	19	3770	0352	9648	747	6960	17
17806	75	254	5894	16	4106	6249	19	3751	0355	9645	746	6943	18
17881	74	255	5910	16	4090	6268	19	3732	0358	9642	745	6925	17
17955	74	256	5926	16	4074	6287	19	3713	0361	9639	744	6908	18
18029	74	257	5942	16	4058	6306	19	3694	0364	9636	743	6890	17
18103	74	258	5958	16	4042	6325	19	3675	0367	9633	742	6873	17
18177	75	259	5974	16	4026	6344	18	3656	0370	9630	741	6856	18
18252	74	260	5990	15	4010	6362	19	3638	0373	9627	740	6838	17
18326	74	261	6005	16	3995	6381	19	3619	0376	9624	739	6821	17
18400	75	262	6021	16	3979	6400	18	3600	0379	9621	738	6804	17
18475	74	263	6037	15	3963	6418	19	3582	0382	9618	737	6787	17
18549	75	264	6052	16	3948	6437	18	3563	0385	9615	736	6770	17
18624	74	265	6068	15	3932	6455	19	3545	0388	9612	735	6753	17
18698	75	266	6083	15	3917	6474	18	3526	0391	9609	734	6736	16
18773	75	267	6098	16	3902	6492	18	3508	0394	9606	733	6720	17
18848	75	268	6114	15	3886	6510	19	3490	0397	9603	732	6703	17
18923	74	269	6129	15	3871	6529	18	3471	0400	9600	731	6686	16
18997	75	270	6144	15	3856	6547	18	3453	0403	9597	730	6670	17
19072	75	271	6159	15	3841	6565	18	3435	0406	9594	729	6653	16
19147	75	272	6174	15	3826	6583	18	3417	0409	9591	728	6637	17
19222	75	273	6189	15	3811	6601	18	3399	0412	9588	727	6620	16
19297	75	274	6204	15	3796	6619	18	3381	0415	9585	726	6604	17
19372	76	275	6219	14	3781	6637	18	3363	0418	9582	725	6587	16
19448	75	276	6233	15	3767	6655	18	3345	0422	9578	724	6571	16
19523	75	277	6248	15	3752	6673	18	3327	0425	9575	723	6555	16
19598	75	278	6263	14	3737	6691	17	3309	0428	9572	722	6539	16
19673	76	279	6277	15	3723	6708	18	3292	0431	9569	721	6523	16
19749	75	280	6292	14	3708	6726	18	3274	0434	9566	720	6507	16
19824	76	281	6306	15	3694	6744	18	3256	0438	9562	719	6491	16
19900	75	282	6321	14	3679	6762	17	3238	0441	9559	718	6475	16
19975	76	283	6335	14	3665	6779	18	3221	0444	9556	717	6459	16
20051	75	284	6349	15	3651	6797	17	3203	0447	9553	716	6443	16
20126	76	285	6364	14	3636	6814	18	3186	0451	9549	715	6427	15
20202	76	286	6378	14	3622	6832	17	3168	0454	9546	714	6412	16
20278	76	287	6392	14	3608	6849	17	3151	0457	9543	713	6396	16
20354	76	288	6406	14	3594	6866	18	3134	0460	9540	712	6380	15
20430	75	289	6420	14	3580	6884	17	3116	0464	9536	711	6365	16
20505	76	290	6434	14	3566	6901	17	3099	0467	9533	710	6349	15
20581	76	291	6448	14	3552	6918	17	3082	0470	9530	709	6334	16
20657	77	292	6462	13	3538	6935	18	3065	0474	9526	708	6318	15
20734	76	293	6475	14	3525	6953	17	3047	0477	9523	707	6303	16
20810	76	294	6489	14	3511	6970	17	3030	0481	9519	706	6287	15
20886	76	295	6503	13	3497	6987	17	3013	0484	9516	705	6272	15
20962	77	296	6516	14	3484	7004	17	2996	0487	9513	704	6257	15
21039	76	297	6530	14	3470	7021	17	2979	0491	9509	703	6242	15
21115	77	298	6544	13	3456	7038	17	2962	0494	9506	702	6227	15
21192	76	299	6557	13	3443	7055	17	2945	0498	9502	701	6212	16
21268		300	6570		3430	7072		2928	0501	9499	700	6196	
0,		$0,^q$	$\bar{1}$,		0,	1,		0,	0,	$\bar{1}$,	$0,^q$	0,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	cosec	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u	d	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	d	Sh u	d	$\frac{1}{\text{Sh } u}$	d	Ch u	d	$\frac{1}{\text{Ch } u}$	d			
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	d	cosin	d			
0,		0^q,	0,				0,						0,		0^q,		
4897	18	300	4540	14	2,2027	68	5095	20	1,9626	76	1,1223	9	8910	7	700	1,4268	35
4915	17	301	4554	14	1959	67	5115	20	9550	75	1232	9	8903	7	699	4233	34
4933	18	302	4568	14	1892	67	5135	20	9475	75	1241	9	8896	7	698	4199	34
4950	18	303	4582	14	1825	66	5155	20	9400	75	1250	10	8889	8	697	4165	35
4968	17	304	4596	14	1759	66	5175	20	9325	74	1260	9	8881	7	696	4130	34
4985	18	305	4610	14	2,1693	65	5195	20	1,9251	74	1,1269	9	8874	7	695	1,4096	34
5003	18	306	4624	14	1628	65	5215	20	9177	73	1278	9	8867	7	694	4062	34
5021	18	307	4638	14	1563	65	5235	20	9104	73	1287	9	8860	8	693	4028	34
5039	17	308	4652	13	1498	64	5255	20	9031	72	1296	10	8852	7	692	3994	33
5056	18	309	4665	14	1434	63	5275	20	8959	72	1306	9	8845	7	691	3961	34
5074	18	310	4679	14	2,1371	63	5295	20	1,8887	72	1,1315	10	8838	8	690	1,3927	33
5092	18	311	4693	14	1308	63	5315	20	8815	71	1325	9	8830	7	689	3894	34
5110	18	312	4707	14	1245	63	5335	20	8744	71	1334	10	8823	7	688	3860	33
5128	17	313	4721	14	1182	61	5355	20	8673	70	1344	9	8816	8	687	3827	33
5145	18	314	4735	14	1121	62	5375	21	8603	70	1353	10	8808	7	686	3794	34
5163	18	315	4749	13	2,1059	61	5396	20	1,8533	69	1,1363	9	8801	8	685	1,3760	33
5181	18	316	4762	14	0998	61	5416	20	8464	69	1372	10	8793	7	684	3727	32
5199	18	317	4776	14	0937	60	5436	21	8395	69	1382	10	8786	8	683	3695	33
5217	18	318	4790	14	0877	60	5457	20	8326	68	1392	10	8778	7	682	3662	33
5235	18	319	4804	14	0817	60	5477	21	8258	68	1402	10	8771	8	681	3629	33
5253	18	320	4818	13	2,0757	59	5498	20	1,8190	68	1,1412	9	8763	8	680	1,3596	32
5271	18	321	4831	14	0698	58	5518	21	8122	67	1421	10	8755	7	679	3564	33
5289	18	322	4845	14	0640	59	5539	20	8055	66	1431	10	8748	8	678	3531	32
5307	17	323	4859	14	0581	58	5559	21	7989	67	1441	10	8740	7	677	3499	32
5324	18	324	4873	13	0523	57	5580	20	7922	66	1451	10	8733	8	676	3467	33
5342	18	325	4886	14	2,0466	57	5600	21	1,7856	65	1,1461	10	8725	8	675	1,3434	32
5360	19	326	4900	14	0409	57	5621	21	7791	66	1471	11	8717	7	674	3402	32
5379	18	327	4914	13	0352	57	5642	20	7725	64	1482	10	8710	8	673	3370	32
5397	18	328	4927	14	0295	56	5662	21	7661	65	1492	10	8702	8	672	3338	31
5415	18	329	4941	14	0239	56	5683	21	7596	64	1502	10	8694	8	671	3307	32
5433	18	330	4955	13	2,0183	55	5704	21	1,7532	64	1,1512	11	8686	7	670	1,3275	32
5451	18	331	4968	14	0128	55	5725	21	7468	63	1523	10	8679	8	669	3243	31
5469	18	332	4982	13	0073	55	5746	21	7405	64	1533	11	8671	8	668	3212	32
5487	18	333	4995	14	2,0018	54	5767	20	7341	62	1544	10	8663	8	667	3180	31
5505	18	334	5009	14	1,9964	54	5787	21	7279	63	1554	11	8655	8	666	3149	32
5523	18	335	5023	13	1,9910	54	5808	21	1,7216	62	1,1565	10	8647	8	665	1,3117	31
5541	19	336	5036	14	9856	53	5829	22	7154	62	1575	11	8639	8	664	3086	31
5560	18	337	5050	13	9803	53	5851	21	7092	61	1586	10	8631	8	663	3055	31
5578	18	338	5063	14	9750	53	5872	21	7031	61	1596	11	8623	8	662	3024	31
5596	18	339	5077	13	9697	52	5893	21	6970	61	1607	11	8615	8	661	2993	31
5614	19	340	5090	14	1,9645	52	5914	21	1,6909	60	1,1618	11	8607	8	660	1,2962	31
5633	18	341	5104	13	9593	52	5935	21	6849	61	1629	11	8599	8	659	2931	31
5651	18	342	5117	14	9541	51	5956	22	6788	59	1640	10	8591	8	658	2900	30
5669	18	343	5131	13	9490	51	5978	21	6729	60	1650	11	8583	8	657	2870	31
5687	19	344	5144	14	9439	51	5999	21	6669	59	1661	11	8575	8	656	2839	30
5706	18	345	5158	13	1,9388	51	6020	22	1,6610	59	1,1672	12	8567	8	655	1,2809	31
5724	19	346	5171	14	9337	50	6042	21	6551	59	1684	11	8559	8	654	2778	30
5743	18	347	5185	13	9287	49	6063	22	6492	58	1695	11	8551	8	653	2748	30
5761	18	348	5198	14	9238	50	6085	21	6434	58	1706	11	8543	8	652	2718	30
5779	19	349	5212	13	9188	49	6106	22	6376	57	1717	11	8535	9	651	2688	31
5797		350	5225		1,9139		6128		1,6319		1,1728		8526		650	1,2657	
0,		0^q,	0,				0,						0,		0^q,		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	d	sinus	d	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Tgh u		Amh u	u	d

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u	$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	coséc	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,		0^{q},	$\overline{1}$,		0,	$\overline{1}$,		0,	0,	$\overline{1}$,	0^{q},	0,	
2127	7	**300**	6570	14	3430	7072	17	2928	0501	9499	**700**	6196	15
2134	8	**301**	6584	13	3416	7089	16	2911	0505	9495	**699**	6181	14
2142	8	**302**	6597	13	3403	7105	17	2895	0508	9492	**698**	6167	15
2150	7	**303**	6610	14	3390	7122	17	2878	0512	9488	**697**	6152	15
2157	8	**304**	6624	13	3376	7139	17	2861	0515	9485	**696**	6137	15
2165	8	**305**	6637	13	3363	7156	16	2844	0519	9481	**695**	6122	15
2173	8	**306**	6650	13	3350	7172	17	2828	0522	9478	**694**	6107	15
2181	7	**307**	6663	13	3337	7189	16	2811	0526	9474	**693**	6092	14
2188	8	**308**	6676	13	3324	7205	17	2795	0529	9471	**692**	6078	15
2196	8	**309**	6689	13	3311	7222	16	2778	0533	9467	**691**	6063	15
2204	7	**310**	6702	13	3298	7238	17	2762	0537	9463	**690**	6048	14
2211	8	**311**	6715	12	3285	7255	16	2745	0540	9460	**689**	6034	15
2219	8	**312**	6727	13	3273	7271	17	2729	0544	9456	**688**	6019	14
2227	8	**313**	6740	13	3260	7288	16	2712	0548	9452	**687**	6005	15
2235	7	**314**	6753	13	3247	7304	16	2696	0551	9449	**686**	5990	14
2242	8	**315**	6766	12	3234	7320	17	2680	0555	9445	**685**	5976	14
2250	8	**316**	6778	13	3222	7337	16	2663	0559	9441	**684**	5962	15
2258	8	**317**	6791	12	3209	7353	16	2647	0562	9438	**683**	5947	14
2266	7	**318**	6803	13	3197	7369	17	2631	0566	9434	**682**	5933	14
2273	8	**319**	6816	12	3184	7386	16	2614	0570	9430	**681**	5919	14
2281	8	**320**	6828	13	3172	7402	16	2598	0573	9427	**680**	5905	14
2289	8	**321**	6841	12	3159	7418	16	2582	0577	9423	**679**	5891	14
2297	8	**322**	6853	12	3147	7434	16	2566	0581	9419	**678**	5877	15
2305	7	**323**	6865	13	3135	7450	16	2550	0585	9415	**677**	5862	14
2312	8	**324**	6878	12	3122	7466	16	2534	0589	9411	**676**	5848	14
2320	8	**325**	6890	12	3110	7482	16	2518	0592	9408	**675**	5834	13
2328	8	**326**	6902	12	3098	7498	16	2502	0596	9404	**674**	5821	14
2336	8	**327**	6914	12	3086	7514	16	2486	0600	9400	**673**	5807	14
2344	8	**328**	6926	12	3074	7530	16	2470	0604	9396	**672**	5793	14
2352	7	**329**	6938	12	3062	7546	16	2454	0608	9392	**671**	5779	14
2359	8	**330**	6950	12	3050	7562	16	2438	0612	9388	**670**	5765	14
2367	8	**331**	6962	12	3038	7578	15	2422	0616	9384	**669**	5751	13
2375	8	**332**	6974	12	3026	7593	16	2407	0619	9381	**668**	5738	14
2383	8	**333**	6986	12	3014	7609	16	2391	0623	9377	**667**	5724	14
2391	8	**334**	6998	11	3002	7625	16	2375	0627	9373	**666**	5710	13
2399	8	**335**	7009	12	2991	7641	15	2359	0631	9369	**665**	5697	14
2407	8	**336**	7021	12	2979	7656	16	2344	0635	9365	**664**	5683	13
2415	7	**337**	7033	11	2967	7672	16	2328	0639	9361	**663**	5670	14
2422	8	**338**	7044	12	2956	7688	15	2312	0643	9357	**662**	5656	13
2430	8	**339**	7056	12	2944	7703	16	2297	0647	9353	**661**	5643	14
2438	8	**340**	7068	11	2932	7719	15	2281	0651	9349	**660**	5629	13
2446	8	**341**	7079	12	2921	7734	16	2266	0655	9345	**659**	5616	13
2454	8	**342**	7091	11	2909	7750	15	2250	0659	9341	**658**	5603	14
2462	8	**343**	7102	11	2898	7765	16	2235	0663	9337	**657**	5589	13
2470	8	**344**	7113	12	2887	7781	15	2219	0668	9332	**656**	5576	13
2478	8	**345**	7125	11	2875	7796	16	2204	0672	9328	**655**	5563	13
2486	8	**346**	7136	11	2864	7812	15	2188	0676	9324	**654**	5550	14
2494	8	**347**	7147	12	2853	7827	16	2173	0680	9320	**653**	5536	13
2502	8	**348**	7159	11	2841	7843	15	2157	0684	9316	**652**	5523	13
2510	8	**349**	7170	11	2830	7858	15	2142	0688	9312	**651**	5510	13
2518		**350**	7181		2819	7873		2127	0692	9308	**650**	5497	
0,		0^{q},	$\overline{1}$,		0,	$\overline{1}$,		0,	0,	$\overline{1}$,	0^{q},	0,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\mathrm{Tgh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,u}$		Ch u		$\frac{1}{\mathrm{Ch}\,u}$				
		arc	sinus	d	cosec	d	tang	d	cotg	d	séc	d	cosin	d			
0,		0,^{q}	0,				0,						0,		0,^{q}		
5798	18	**350**	5225	13	1,9139	49	6128	22	1,6319	58	1,1728	12	8526	8	**650**	1,2657	30
5816	19	**351**	5238	14	9090	49	6150	21	6261	57	1740	11	8518	8	**649**	2627	30
5835	18	**352**	5252	13	9041	48	6171	22	6204	57	1751	11	8510	8	**648**	2597	29
5853	19	**353**	5265	13	8993	48	6193	22	6147	56	1762	12	8502	9	**647**	2568	30
5872	18	**354**	5278	14	8945	48	6215	22	6091	57	1774	11	8493	8	**646**	2538	30
5890	19	**355**	5292	13	1,8897	47	6237	21	1,6034	55	1,1785	12	8485	8	**645**	1,2508	30
5909	18	**356**	5305	13	8850	47	6258	22	5979	56	1797	12	8477	9	**644**	2478	29
5927	19	**357**	5318	14	8803	47	6280	22	5923	56	1809	11	8468	8	**643**	2449	30
5946	18	**358**	5332	13	8756	47	6302	22	5867	55	1820	12	8460	8	**642**	2419	29
5964	19	**359**	5345	13	8709	46	6324	22	5812	55	1832	12	8452	9	**641**	2390	29
5983	18	**360**	5358	14	1,8663	46	6346	22	1,5757	54	1,1844	12	8443	8	**640**	1,2361	30
6001	19	**361**	5372	13	8617	46	6368	22	5703	54	1856	11	8435	9	**639**	2331	29
6020	19	**362**	5385	13	8571	46	6390	22	5649	54	1867	12	8426	8	**638**	2302	29
6039	18	**363**	5398	13	8525	45	6412	23	5595	54	1879	12	8418	9	**637**	2273	29
6057	19	**364**	5411	13	8480	45	6435	22	5541	54	1891	12	8409	8	**636**	2244	29
6076	19	**365**	5424	14	1,8435	45	6457	22	1,5487	53	1,1903	13	8401	9	**635**	1,2215	29
6095	19	**366**	5438	13	8390	44	6479	23	5434	53	1916	12	8392	8	**634**	2186	29
6114	18	**367**	5451	13	8346	44	6502	22	5381	53	1928	12	8384	9	**633**	2157	29
6132	19	**368**	5464	13	8302	44	6524	22	5328	52	1940	12	8375	8	**632**	2128	28
6151	19	**369**	5477	13	8258	44	6546	23	5276	52	1952	12	8367	9	**631**	2100	29
6170	19	**370**	5490	13	1,8214	43	6569	22	1,5224	52	1,1964	13	8358	9	**630**	1,2071	29
6189	18	**371**	5503	13	8171	43	6591	23	5172	52	1977	12	8349	8	**629**	2042	28
6207	19	**372**	5516	14	8128	43	6614	22	5120	52	1989	13	8341	9	**628**	2014	29
6226	19	**373**	5530	13	8085	43	6636	23	5068	51	2002	12	8332	9	**627**	1985	28
6245	19	**374**	5543	13	8042	42	6659	23	5017	51	2014	13	8323	8	**626**	1957	28
6264	19	**375**	5556	13	1,8000	43	6682	23	1,4966	51	1,2027	13	8315	9	**625**	1,1929	28
6283	19	**376**	5569	13	7957	42	6705	22	4915	50	2040	12	8306	9	**624**	1901	29
6302	19	**377**	5582	13	7915	41	6727	23	4865	51	2052	13	8297	9	**623**	1872	28
6321	19	**378**	5595	13	7874	42	6750	23	4814	50	2065	13	8288	8	**622**	1844	28
6340	19	**379**	5608	13	7832	41	6773	23	4764	49	2078	13	8280	9	**621**	1816	28
6359	19	**380**	5621	13	1,7791	41	6796	23	1,4715	50	1,2091	13	8271	9	**620**	1,1788	28
6378	19	**381**	5634	13	7750	41	6819	23	4665	49	2104	13	8262	9	**619**	1760	28
6397	19	**382**	5647	13	7709	40	6842	23	4616	50	2117	13	8253	9	**618**	1732	27
6416	19	**383**	5660	13	7669	41	6865	23	4566	49	2130	13	8244	9	**617**	1705	28
6435	19	**384**	5673	13	7628	40	6888	23	4517	48	2143	13	8235	9	**616**	1677	28
6454	19	**385**	5686	13	1,7588	40	6911	24	1,4469	49	1,2156	13	8226	9	**615**	1,1649	27
6473	19	**386**	5699	12	7548	39	6935	23	4420	48	2169	13	8217	8	**614**	1622	28
6492	19	**387**	5711	13	7509	40	6958	23	4372	48	2182	14	8209	9	**613**	1594	27
6511	19	**388**	5724	13	7469	39	6981	24	4324	48	2196	13	8200	9	**612**	1567	28
6530	20	**389**	5737	13	7430	39	7005	23	4276	47	2209	14	8191	10	**611**	1539	27
6550	19	**390**	5750	13	1,7391	39	7028	24	1,4229	48	1,2223	13	8181	9	**610**	1,1512	27
6569	19	**391**	5763	13	7352	38	7052	23	4181	47	2236	14	8172	9	**609**	1485	28
6588	19	**392**	5776	13	7314	38	7075	24	4134	47	2250	13	8163	9	**608**	1457	27
6607	20	**393**	5789	12	7276	39	7099	23	4087	47	2263	14	8154	9	**607**	1430	27
6627	19	**394**	5801	13	7237	38	7122	24	4040	46	2277	14	8145	9	**606**	1403	27
6646	19	**395**	5814	13	1,7199	37	7146	24	1,3994	47	1,2291	14	8136	9	**605**	1,1376	27
6665	20	**396**	5827	13	7162	38	7170	24	3947	46	2305	14	8127	9	**604**	1349	27
6685	19	**397**	5840	12	7124	37	7194	24	3901	46	2319	14	8118	9	**603**	1322	27
6704	20	**398**	5852	13	7087	37	7218	23	3855	46	2333	14	8109	10	**602**	1295	26
6724	19	**399**	5865	13	7050	37	7241	24	3809	45	2347	14	8099	9	**601**	1269	27
6743		**400**	5878		1,7013		7265		1,3764		1,2361		8090		**600**	1,1242	
0,		0,^{q}	0,				0,						0,		0,^{q}		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	cosec	d	sinus	d	arc		
			$\frac{1}{\mathrm{Ch}\,u}$		Ch u		$\frac{1}{\mathrm{Sh}\,u}$		Sh u		$\frac{1}{\mathrm{Tgh}\,u}$		Tgh u		Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		1/Tgh u	Sh u		1/Sh u	Ch u	1/Ch u			
		arc	sinus	d	coséc	tang	d	cotg	séc	cosin			
0,		$0^q_,$	$\bar{1}$,		0,	1,		0,	0,	1,	$0^q_,$	0,	
2518	8	**350**	7181	11	2819	7873	15	2127	0692	9308	**650**	5497	13
2526	8	**351**	7192	11	2808	7888	16	2112	0697	9303	**649**	5484	13
2534	8	**352**	7203	11	2797	7904	15	2096	0701	9299	**648**	5471	13
2542	8	**353**	7214	11	2786	7919	15	2081	0705	9295	**647**	5458	13
2550	8	**354**	7225	11	2775	7934	15	2066	0709	9291	**646**	5445	13
2558	8	**355**	7236	11	2764	7949	16	2051	0713	9287	**645**	5432	13
2566	8	**356**	7247	11	2753	7965	15	2035	0718	9282	**644**	5419	13
2574	8	**357**	7258	11	2742	7980	15	2020	0722	9278	**643**	5406	12
2582	8	**358**	7269	10	2731	7995	15	2005	0726	9274	**642**	5394	13
2590	8	**359**	7279	11	2721	8010	15	1990	0731	9269	**641**	5381	13
2598	8	**360**	7290	11	2710	8025	15	1975	0735	9265	**640**	5368	13
2606	8	**361**	7301	11	2699	8040	15	1960	0739	9261	**639**	5355	12
2614	9	**362**	7312	10	2688	8055	15	1945	0744	9256	**638**	5343	13
2623	8	**363**	7322	11	2678	8070	15	1930	0748	9252	**637**	5330	13
2631	8	**364**	7333	**11**	2667	8085	15	1915	0752	9248	**636**	5317	12
2639	8	**365**	7344	**10**	2656	8100	15	1900	0757	9243	**635**	5305	13
2647	8	**366**	7354	**11**	2646	8115	15	1885	0761	9239	**634**	5292	12
2655	8	**367**	7365	10	2635	8130	15	1870	0766	9234	**633**	5280	13
2663	8	**368**	7375	11	2625	8145	15	1855	0770	9230	**632**	5267	12
2671	9	**369**	7386	10	2614	8160	15	1840	0774	9226	**631**	5255	13
2680	8	**370**	7396	10	2604	8175	15	1825	0779	9221	**630**	5242	12
2688	8	**371**	7406	11	2594	8190	15	1810	0783	9217	**629**	5230	12
2696	8	**372**	7417	10	2583	8205	14	1795	0788	9212	**628**	5218	13
2704	8	**373**	7427	10	2573	8219	15	1781	0792	9208	**627**	5205	12
2712	8	**374**	7437	10	2563	8234	15	1766	0797	9203	**626**	5193	12
2720	9	**375**	7447	11	2553	8249	15	1751	0802	9198	**625**	5181	13
2729	8	**376**	7458	10	2542	8264	14	1736	0806	9194	**624**	5168	12
2737	8	**377**	7468	10	2532	8278	15	1722	0811	9189	**623**	5156	12
2745	8	**378**	7478	10	2522	8293	15	1707	0815	9185	**622**	5144	12
2753	9	**379**	7488	10	2512	8308	15	1692	0820	9180	**621**	5132	12
2762	8	**380**	7498	10	2502	8323	14	1677	0825	9175	**620**	5120	13
2770	8	**381**	7508	10	2492	8337	15	1663	0829	9171	**619**	5107	12
2778	8	**382**	7518	10	2482	8352	14	1648	0834	9166	**618**	5095	12
2786	9	**383**	7528	10	2472	8366	15	1634	0839	9161	**617**	5083	12
2795	8	**384**	7538	10	2462	8381	15	1619	0843	9157	**616**	5071	12
2803	8	**385**	7548	10	2452	8396	14	1604	0848	9152	**615**	5059	12
2811	9	**386**	7558	9	2442	8410	15	1590	0853	9147	**614**	5047	12
2820	8	**387**	7567	10	2433	8425	14	1575	0857	9143	**613**	5035	12
2828	8	**388**	7577	10	2423	8439	15	1561	0862	9138	**612**	5023	12
2836	8	**389**	7587	10	2413	8454	14	1546	0867	9133	**611**	5011	11
2844	9	**390**	7597	9	2403	8468	15	1532	0872	9128	**610**	5000	12
2853	8	**391**	7606	10	2394	8483	14	1517	0876	9124	**609**	4988	12
2861	9	**392**	7616	10	2384	8497	15	1503	0881	9119	**608**	4976	12
2870	8	**393**	7626	9	2374	8512	14	1488	0886	9114	**607**	4964	12
2878	8	**394**	7635	10	2365	8526	15	1474	0891	9109	**606**	4952	11
2886	9	**395**	7645	9	2355	8541	14	1459	0896	9104	**605**	4941	12
2895	8	**396**	7654	10	2346	8555	15	1445	0901	9099	**604**	4929	12
2903	8	**397**	7664	9	2336	8570	14	1430	0906	9094	**603**	4917	11
2911	9	**398**	7673	10	2327	8584	14	1416	0911	9089	**602**	4906	12
2920	8	**399**	7683	9	2317	8598	15	1402	0915	9085	**601**	4894	12
2928		**400**	7692		2308	8613		1387	0920	9080	**600**	4882	
0,		$0^q_,$	1,		0,	$\bar{1}$,		0,	0,	1,	$0^q_,$	0,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	sinus	arc		
			1/Ch u		Ch u	1/Sh u		Sh u	1/Tgh u	Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Ch } u}$				
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	d	cosin	d			
0,		$0,^q$	0,				0,						0,		$0,^q$		
6743	19	**400**	5878	13	1,7013	37	7265	24	1,3764	46	1,2361	14	8090	9	**600**	1,1242	27
6762	20	**401**	5891	12	6976	36	7289	25	3718	45	2375	14	8081	9	**599**	1215	27
6782	19	**402**	5903	13	6940	36	7314	24	3673	45	2389	14	8072	10	**598**	1188	26
6801	20	**403**	5916	13	6904	37	7338	24	3628	44	2403	15	8062	9	**597**	1162	27
6821	19	**404**	5929	12	6867	35	7362	24	3584	45	2418	14	8053	9	**596**	1135	26
6840	20	**405**	5941	13	1,6832	36	7386	24	1,3539	44	1,2432	14	8044	10	**595**	1,1109	27
6860	19	**406**	5954	12	6796	36	7410	25	3495	45	2446	15	8034	9	**594**	1082	26
6879	20	**407**	5966	13	6760	35	7435	24	3450	44	2461	15	8025	9	**593**	1056	26
6899	19	**408**	5979	13	6725	35	7459	25	3406	44	2476	14	8016	10	**592**	1030	26
6918	20	**409**	5992	12	6690	35	7484	24	3362	43	2490	15	8006	9	**591**	1004	27
6938	20	**410**	6004	13	1,6655	35	7508	25	1,3319	44	1,2505	15	7997	10	**590**	1,0977	26
6958	19	**411**	6017	12	6620	34	7533	24	3275	43	2520	15	7987	9	**589**	0951	26
6977	20	**412**	6029	13	6586	35	7557	25	3232	43	2535	14	7978	10	**588**	0925	26
6997	20	**413**	6042	12	6551	34	7582	25	3189	43	2549	15	7968	9	**587**	0899	26
7017	20	**414**	6054	13	6517	34	7607	25	3146	43	2564	15	7959	10	**586**	0873	26
7037	19	**415**	6067	12	1,6483	34	7632	25	1,3103	42	1,2579	16	7949	9	**585**	1,0847	26
7056	20	**416**	6079	13	6449	33	7657	25	3061	43	2595	15	7940	10	**584**	0821	25
7076	20	**417**	6092	12	6416	34	7682	25	3018	42	2610	15	7930	9	**583**	0796	26
7096	20	**418**	6104	13	6382	33	7707	25	2976	42	2625	15	7921	10	**582**	0770	26
7116	20	**419**	6117	12	6349	33	7732	25	2934	42	2640	16	7911	9	**581**	0744	26
7136	20	**420**	6129	12	1,6316	33	7757	25	1,2892	42	1,2656	15	7902	10	**580**	1,0718	25
7156	19	**421**	6141	13	6283	33	7782	25	2850	41	2671	16	7892	10	**579**	0693	26
7175	20	**422**	6154	12	6250	33	7807	26	2809	42	2687	15	7882	9	**578**	0667	25
7195	20	**423**	6166	13	6217	32	7833	25	2767	41	2702	16	7873	10	**577**	0642	26
7215	20	**424**	6179	12	6185	32	7858	25	2726	41	2718	16	7863	10	**576**	0616	25
7235	20	**425**	6191	12	1,6153	32	7883	26	1,2685	41	1,2734	16	7853	10	**575**	1,0591	25
7255	20	**426**	6203	13	6121	32	7909	25	2644	41	2750	15	7843	9	**574**	0566	26
7275	20	**427**	6216	12	6089	32	7934	26	2603	40	2765	16	7834	10	**573**	0540	25
7295	21	**428**	6228	12	6057	32	7960	26	2563	41	2781	16	7824	10	**572**	0515	25
7316	20	**429**	6240	12	6025	31	7986	26	2522	40	2797	16	7814	10	**571**	0490	25
7336	20	**430**	6252	13	1,5994	31	8012	25	1,2482	40	1,2813	17	7804	10	**570**	1,0465	25
7356	20	**431**	6265	12	5963	32	8037	26	2442	40	2830	16	7794	9	**569**	0440	25
7376	20	**432**	6277	12	5931	31	8063	26	2402	40	2846	16	7785	10	**568**	0415	25
7396	20	**433**	6289	12	5900	30	8089	26	2362	39	2862	17	7775	10	**567**	0390	25
7416	21	**434**	6301	13	5870	31	8115	26	2323	40	2879	16	7765	10	**566**	0365	25
7437	20	**435**	6314	12	1,5839	30	8141	26	1,2283	39	1,2895	17	7755	10	**565**	1,0340	25
7457	20	**436**	6326	12	5809	31	8167	27	2244	39	2912	16	7745	10	**564**	0315	25
7477	21	**437**	6338	12	5778	30	8194	26	2205	39	2928	17	7735	10	**563**	0290	25
7498	20	**438**	6350	12	5748	30	8220	26	2166	39	2945	17	7725	10	**562**	0265	24
7518	20	**439**	6362	12	5718	30	8246	27	2127	39	2962	16	7715	10	**561**	0241	25
7538	21	**440**	6374	12	1,5688	30	8273	26	1,2088	39	1,2978	17	7705	10	**560**	1,0216	25
7559	20	**441**	6386	12	5658	29	8299	27	2049	38	2995	17	7695	10	**559**	0191	24
7579	21	**442**	6398	12	5629	30	8326	26	2011	38	3012	17	7685	10	**558**	0167	25
7600	20	**443**	6410	13	5599	29	8352	27	1973	39	3029	17	7675	10	**557**	0142	24
7620	20	**444**	6423	12	5570	29	8379	27	1934	38	3046	18	7665	10	**556**	0118	25
7640	21	**445**	6435	12	1,5541	29	8406	27	1,1896	37	1,3064	17	7655	10	**555**	1,0093	24
7661	21	**446**	6447	12	5512	29	8433	27	1859	38	3081	17	7645	10	**554**	0069	24
7682	20	**447**	6459	12	5483	28	8460	27	1821	38	3098	18	7635	11	**553**	0045	25
7702	21	**448**	6471	12	5455	29	8487	27	1783	37	3116	17	7624	10	**552**	0020	24
7723	20	**449**	6483	11	5426	28	8514	27	1746	38	3133	18	7614	10	**551**	0,9996	24
7743		**450**	6494		1,5398		8541		1,1708		1,3151		7604		**550**	0,9972	
0,		$0,^q$	0,				0,						0,		$0,^q$		
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	d	sinus	d	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Tgh u		Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u		$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	sinus	d	coséc	tang	d	cotg	séc	d	cosin			
o,		$o,^q$	$\bar{1}$,		o,	$\bar{1}$,		o,	o,		$\bar{1}$,	$o,^q$	o,	
2928	9	**400**	7692	10	2308	8613	14	1387	0920	5	9080	**600**	4882	11
2937	8	**401**	7702	9	2298	8627	14	1373	0925	5	9075	**599**	4871	12
2945	9	**402**	7711	9	2289	8641	15	1359	0930	5	9070	**598**	4859	11
2954	8	**403**	7720	9	2280	8656	14	1344	0935	5	9065	**597**	4848	12
2962	9	**404**	7729	10	2271	8670	14	1330	0940	5	9060	**596**	4836	11
2971	8	**405**	7739	9	2261	8684	14	1316	0945	5	9055	**595**	4825	12
2979	9	**406**	7748	9	2252	8698	15	1302	0950	6	9050	**594**	4813	11
2988	8	**407**	7757	9	2243	8713	14	1287	0956	5	9044	**593**	4802	12
2996	9	**408**	7766	9	2234	8727	14	1273	0961	5	9039	**592**	4790	11
3005	8	**409**	7775	10	2225	8741	14	1259	0966	5	9034	**591**	4779	12
3013	9	**410**	7785	9	2215	8755	15	1245	0971	5	9029	**590**	4767	11
3022	8	**411**	7794	9	2206	8770	14	1230	0976	5	9024	**589**	4756	11
3030	9	**412**	7803	9	2197	8784	14	1216	0981	5	9019	**588**	4745	12
3039	8	**413**	7812	9	2188	8798	14	1202	0986	5	9014	**587**	4733	11
3047	9	**414**	7821	9	2179	8812	14	1188	0991	6	9009	**586**	4722	11
3056	9	**415**	7830	9	2170	8826	14	1174	0997	5	9003	**585**	4711	11
3065	8	**416**	7839	8	2161	8840	15	1160	1002	5	8998	**584**	4700	12
3073	9	**417**	7847	9	2153	8855	14	1145	1007	5	8993	**583**	4688	11
3082	8	**418**	7856	9	2144	8869	14	1131	1012	6	8988	**582**	4677	11
3090	9	**419**	7865	9	2135	8883	14	1117	1018	5	8982	**581**	4666	11
3099	9	**420**	7874	9	2126	8897	14	1103	1023	5	8977	**580**	4655	11
3108	8	**421**	7883	8	2117	8911	14	1089	1028	5	8972	**579**	4644	11
3116	9	**422**	7891	9	2109	8925	14	1075	1033	6	8967	**578**	4633	11
3125	9	**423**	7900	9	2100	8939	14	1061	1039	5	8961	**577**	4622	11
3134	8	**424**	7909	9	2091	8953	14	1047	1044	6	8956	**576**	4611	11
3142	9	**425**	7918	8	2082	8967	14	1033	1050	5	8950	**575**	4600	11
3151	9	**426**	7926	9	2074	8981	14	1019	1055	5	8945	**574**	4589	11
3160	8	**427**	7935	8	2065	8995	14	1005	1060	6	8940	**573**	4578	11
3168	9	**428**	7943	9	2057	9009	14	0991	1066	5	8934	**572**	4567	11
3177	9	**429**	7952	8	2048	9023	14	0977	1071	6	8929	**571**	4556	11
3186	9	**430**	7960	9	2040	9037	14	0963	1077	5	8923	**570**	4545	11
3195	8	**431**	7969	8	2031	9051	14	0949	1082	6	8918	**569**	4534	11
3203	9	**432**	7977	9	2023	9065	14	0935	1088	5	8912	**568**	4523	11
3212	9	**433**	7986	8	2014	9079	14	0921	1093	6	8907	**567**	4512	11
3221	9	**434**	7994	9	2006	9093	14	0907	1099	5	8901	**566**	4501	11
3230	8	**435**	8003	8	1997	9107	14	0893	1104	6	8896	**565**	4490	10
3238	9	**436**	8011	8	1989	9121	14	0879	1110	5	8890	**564**	4480	11
3247	9	**437**	8019	9	1981	9135	14	0865	1115	6	8885	**563**	4469	11
3256	9	**438**	8028	8	1972	9149	14	0851	1121	6	8879	**562**	4458	11
3265	9	**439**	8036	8	1964	9163	13	0837	1127	5	8873	**561**	4447	10
3274	9	**440**	8044	9	1956	9176	14	0824	1132	6	8868	**560**	4437	11
3283	9	**441**	8053	8	1947	9190	14	0810	1138	6	8862	**559**	4426	11
3292	8	**442**	8061	8	1939	9204	14	0796	1144	5	8856	**558**	4415	10
3300	9	**443**	8069	8	1931	9218	14	0782	1149	6	8851	**557**	4405	11
3309	9	**444**	8077	8	1923	9232	14	0768	1155	6	8845	**556**	4394	11
3318	9	**445**	8085	8	1915	9246	14	0754	1161	5	8839	**555**	4383	10
3327	9	**446**	8093	8	1907	9260	14	0740	1166	6	8834	**554**	4373	11
3336	9	**447**	8101	8	1899	9274	13	0726	1172	6	8828	**553**	4362	10
3345	9	**448**	8109	8	1891	9287	14	0713	1178	6	8822	**552**	4352	11
3354	9	**449**	8117	8	1883	9301	14	0699	1184	6	8816	**551**	4341	10
3363		**450**	8125		1875	9315		0685	1190		8810	**550**	4331	
o,		$o,^q$	$\bar{1}$,		o,	$\bar{1}$,		o,	o,		$\bar{1}$,	$o,^q$	o,	
			cosin	d	séc	cotg	d	tang	coséc	d	sinus	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Tgh u	Amh u	M u	d

XIV. (Suite.) — FONCTIONS CIRCULAIRES

Valeurs naturelles.

u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Ch } u}$				
		arc	sinus	d	coséc	d	tang	d	cotg	d	séc	d	cosin	d			
0,		**0.q**	0,				0,						0,		**0.q**	0,	
7743	21	**450**	6494	12	1,5398	29	8541	27	1,1708	37	1,3151	18	7604	10	**550**	9972	24
7764	21	**451**	6506	12	5369	28	8568	27	1671	37	3169	17	7594	10	**549**	9948	25
7785	21	**452**	6518	12	5341	28	8595	28	1634	37	3186	18	7584	11	**548**	9923	24
7806	20	**453**	6530	12	5313	27	8623	27	1597	36	3204	18	7573	10	**547**	9899	24
7826	21	**454**	6542	12	5286	28	8650	28	1561	37	3222	18	7563	10	**546**	9875	24
7847	21	**455**	6554	12	1,5258	28	8678	27	1,1524	37	1,3240	18	7553	10	**545**	9851	24
7868	21	**456**	6566	12	5230	27	8705	28	1487	36	3258	18	7543	11	**544**	9827	23
7889	21	**457**	6578	12	5203	27	8733	28	1451	36	3276	19	7532	10	**543**	9804	24
7910	20	**458**	6590	11	5176	28	8761	27	1415	36	3295	18	7522	11	**542**	9780	24
7930	21	**459**	6601	12	5148	27	8788	28	1379	36	3313	18	7511	10	**541**	9756	24
7951	21	**460**	6613	12	1,5121	26	8816	28	1,1343	36	1,3331	19	7501	10	**540**	9732	24
7972	21	**461**	6625	12	5095	27	8844	28	1307	36	3350	18	7491	11	**539**	9708	23
7993	21	**462**	6637	11	5068	27	8872	28	1271	35	3368	19	7480	10	**538**	9685	24
8014	21	**463**	6648	12	5041	26	8900	28	1236	36	3387	19	7470	11	**537**	9661	24
8035	21	**464**	6660	12	5015	27	8928	29	1200	35	3406	19	7459	10	**536**	9637	23
8056	22	**465**	6672	12	1,4988	26	8957	28	1,1165	35	1,3425	19	7449	11	**535**	9614	24
8078	21	**466**	6684	11	4962	26	8985	29	1130	36	3444	19	7438	10	**534**	9590	23
8099	21	**467**	6695	12	4936	26	9014	28	1094	35	3463	19	7428	11	**533**	9567	24
8120	21	**468**	6707	11	4910	26	9042	29	1059	34	3482	19	7417	10	**532**	9543	23
8141	21	**469**	6718	12	4884	25	9071	28	1025	35	3501	19	7407	11	**531**	9520	23
8162	22	**470**	6730	12	1,4859	26	9099	29	1,0990	35	1,3520	20	7396	10	**530**	9497	24
8184	21	**471**	6742	11	4833	25	9128	29	0955	34	3540	19	7386	11	**529**	9473	23
8205	21	**472**	6753	12	4808	26	9157	29	0921	35	3559	20	7375	10	**528**	9450	23
8226	21	**473**	6765	11	4782	25	9186	29	0886	34	3579	19	7365	11	**527**	9427	23
8247	22	**474**	6776	12	4757	25	9215	29	0852	34	3598	20	7354	11	**526**	9404	24
8269	21	**475**	6788	12	1,4732	25	9244	29	1,0818	34	1,3618	20	7343	10	**525**	9380	23
8290	22	**476**	6800	11	4707	25	9273	29	0784	34	3638	20	7333	11	**524**	9357	23
8312	21	**477**	6811	12	4682	25	9302	30	0750	34	3658	20	7322	11	**523**	9334	23
8333	22	**478**	6823	11	4657	24	9332	29	0716	34	3678	20	7311	11	**522**	9311	23
8355	21	**479**	6834	11	4633	25	9361	30	0682	33	3698	20	7300	10	**521**	9288	23
8376	22	**480**	6845	12	1,4608	24	9391	29	1,0649	34	1,3718	20	7290	11	**520**	9265	23
8398	21	**481**	6857	11	4584	24	9420	30	0615	33	3738	21	7279	11	**519**	9242	23
8419	22	**482**	6868	12	4560	25	9450	30	0582	33	3759	20	7268	11	**518**	9219	22
8441	22	**483**	6880	11	4535	24	9480	30	0549	33	3779	21	7257	10	**517**	9197	23
8463	21	**484**	6891	12	4511	24	9510	30	0516	33	3800	20	7247	11	**516**	9174	23
8484	22	**485**	6903	11	1,4487	23	9540	30	1,0483	33	1,3820	21	7236	11	**515**	9151	23
8506	22	**486**	6914	11	4464	24	9570	30	0450	33	3841	21	7225	11	**514**	9128	22
8528	22	**487**	6925	12	4440	24	9600	30	0417	33	3862	21	7214	11	**513**	9106	23
8550	21	**488**	6937	11	4416	23	9630	30	0384	32	3883	21	7203	11	**512**	9083	23
8571	22	**489**	6948	11	4393	23	9660	31	0352	33	3904	21	7192	11	**511**	9060	22
8593	22	**490**	6959	11	1,4370	24	9691	30	1,0319	32	1,3925	21	7181	11	**510**	9038	23
8615	22	**491**	6970	12	4346	23	9721	31	0287	32	3946	22	7170	11	**509**	9015	22
8637	22	**492**	6982	11	4323	23	9752	30	0255	33	3968	21	7159	11	**508**	8993	23
8659	22	**493**	6993	11	4300	23	9782	31	0222	32	3989	22	7148	11	**507**	8970	22
8681	22	**494**	7004	11	4277	22	9813	31	0190	32	4011	21	7137	11	**506**	8948	23
8703	22	**495**	7015	11	1,4255	23	9844	31	1,0158	32	1,4032	22	7126	11	**505**	8925	22
8725	22	**496**	7026	12	4232	23	9875	31	0126	31	4054	22	7115	11	**504**	8903	22
8747	22	**497**	7038	11	4209	22	9906	31	0095	32	4076	22	7104	11	**503**	8881	23
8769	23	**498**	7049	11	4187	23	9937	32	0063	32	4098	22	7093	11	**502**	8858	22
8792	22	**499**	7060	11	4164	22	9969	31	0031	31	4120	22	7082	11	**501**	8836	22
8814		**500**	7071		1,4142		1,0000		1,0000		1,4142		7071		**500**	8814	
0,		**0.q**	0,				0,						0,		**0.q**	0,	
			cosin	d	séc	d	cotg	d	tang	d	coséc	d	sinus	d	arc		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Tgh u		Amh u	u	d

ET HYPERBOLIQUES.

Logarithmes.

M u	d	Amh u	Tgh u		$\frac{1}{\text{Tgh } u}$	Sh u		$\frac{1}{\text{Sh } u}$	Ch u		$\frac{1}{\text{Ch } u}$			
		arc	**sinus**	**d**	**coséc**	**tang**	**d**	**cotg**	**séc**	**d**	**cosin**			
0,		0^{q},	$\bar{1}$.		0,	$\bar{1}$,		0,	0,		$\bar{1}$.	0^{q},	0,	
3363	9	**450**	8125	8	1875	9315	14	0685	1190	5	8810	**550**	4331	11
3372	9	**451**	8133	8	1867	9329	14	0671	1195	6	8805	**549**	4320	10
3381	9	**452**	8141	8	1859	9343	13	0657	1201	6	8799	**548**	4310	11
3390	9	**453**	8149	8	1851	9356	14	0644	1207	6	8793	**547**	4299	10
3399	9	**454**	8157	8	1843	9370	14	0630	1213	6	8787	**546**	4289	11
3408	9	**455**	8165	8	1835	9384	14	0616	1219	6	8781	**545**	4278	10
3417	9	**456**	8173	8	1827	9398	14	0602	1225	6	8775	**544**	4268	10
3426	9	**457**	8181	8	1819	9412	13	0588	1231	6	8769	**543**	4258	11
3435	9	**458**	8189	7	1811	9425	14	0575	1237	6	8763	**542**	4247	10
3444	9	**459**	8196	8	1804	9439	14	0561	1243	6	8757	**541**	4237	10
3453	9	**460**	8204	8	1796	9453	14	0547	1249	6	8751	**540**	4227	11
3462	9	**461**	8212	7	1788	9467	13	0533	1255	6	8745	**539**	4216	10
3471	10	**462**	8219	8	1781	9480	14	0520	1261	6	8739	**538**	4206	10
3481	9	**463**	8227	8	1773	9494	14	0506	1267	6	8733	**537**	4196	11
3490	9	**464**	8235	7	1765	9508	14	0492	1273	6	8727	**536**	4185	10
3499	9	**465**	8242	8	1758	9522	13	0478	1279	6	8721	**535**	4175	10
3508	9	**466**	8250	8	1750	9535	14	0465	1285	6	8715	**534**	4165	10
3517	9	**467**	8258	7	1742	9549	14	0451	1291	6	8709	**533**	4155	10
3526	10	**468**	8265	8	1735	9563	13	0437	1297	7	8703	**532**	4145	11
3536	9	**469**	8273	7	1727	9576	14	0424	1304	6	8696	**531**	4134	10
3545	9	**470**	8280	8	1720	9590	14	0410	1310	6	8690	**530**	4124	10
3554	9	**471**	8288	7	1712	9604	13	0396	1316	6	8684	**529**	4114	10
3563	10	**472**	8295	8	1705	9617	14	0383	1322	7	8678	**528**	4104	10
3573	9	**473**	8303	7	1697	9631	14	0369	1329	6	8671	**527**	4094	10
3582	9	**474**	8310	7	1690	9645	14	0355	1335	6	8665	**526**	4084	10
3591	9	**475**	8317	8	1683	9659	13	0341	1341	6	8659	**525**	4074	10
3600	10	**476**	8325	7	1675	9672	14	0328	1347	7	8653	**524**	4064	10
3610	9	**477**	8332	7	1668	9686	14	0314	1354	6	8646	**523**	4054	10
3619	9	**478**	8339	8	1661	9700	13	0300	1360	7	8640	**522**	4044	10
3628	10	**479**	8347	7	1653	9713	14	0287	1367	6	8633	**521**	4034	10
3638	9	**480**	8354	7	1646	9727	14	0273	1373	6	8627	**520**	4024	10
3647	9	**481**	8361	8	1639	9741	13	0259	1379	7	8621	**519**	4014	10
3656	10	**482**	8369	7	1631	9754	14	0246	1386	6	8614	**518**	4004	10
3666	9	**483**	8376	7	1624	9768	14	0232	1392	7	8608	**517**	3994	10
3675	10	**484**	8383	7	1617	9782	13	0218	1399	6	8601	**516**	3984	10
3685	9	**485**	8390	7	1610	9795	14	0205	1405	7	8595	**515**	3974	10
3694	10	**486**	8397	7	1603	9809	14	0191	1412	6	8588	**514**	3964	10
3704	9	**487**	8404	7	1596	9823	13	0177	1418	7	8582	**513**	3954	9
3713	10	**488**	8411	7	1589	9836	14	0164	1425	6	8575	**512**	3945	10
3723	9	**489**	8418	8	1582	9850	14	0150	1431	7	8569	**511**	3935	10
3732	10	**490**	8426	7	1574	9864	13	0136	1438	7	8562	**510**	3925	10
3742	9	**491**	8433	7	1567	9877	14	0123	1445	6	8555	**509**	3915	10
3751	10	**492**	8440	7	1560	9891	13	0109	1451	7	8549	**508**	3905	9
3761	9	**493**	8447	7	1553	9904	14	0096	1458	7	8542	**507**	3896	10
3770	10	**494**	8454	6	1546	9918	14	0082	1465	6	8535	**506**	3886	10
3780	9	**495**	8460	7	1540	9932	13	0068	1471	7	8529	**505**	3876	10
3789	10	**496**	8467	7	1533	9945	14	0055	1478	7	8522	**504**	3866	9
3799	9	**497**	8474	7	1526	9959	14	0041	1485	7	8515	**503**	3857	10
3808	10	**498**	8481	7	1519	9973	13	0027	1492	6	8508	**502**	3847	10
3818	10	**499**	8488	7	1512	9986	14	0014	1498	7	8502	**501**	3837	9
3828		**500**	8495		1505	*0000		0000	1505		8495	**500**	3828	
0,		0^{q},	$\bar{1}$,		0,	1,		0,	0,		$\bar{1}$.	0^{q}	0,	
			cosin	**d**	**séc**	**cotg**	**d**	**tang**	**coséc**	**d**	**sinus**	**arc**		
			$\frac{1}{\text{Ch } u}$		Ch u	$\frac{1}{\text{Sh } u}$		Sh u	$\frac{1}{\text{Tgh } u}$		Tgh u	Amh u	M u	d

XV. — FONCTIONS CIRCULAIRES NATURELLES A DIX DÉCIMALES.

Arc.	Sinus.	Tangente.	Cotangente.	Cosinus.	
$0^q,00$	0,0000 0000 00	0,0000 0000 00	∞	1,0000 0000 00	$1^q,00$
01	0,0157 0731 73	0,0157 0915 53	63,6567 4116 29	0,9998 7663 25	0,99
02	0,0314 1075 91	0,0314 2626 60	31,8205 1595 38	0,9995 0656 04	98
03	0,0471 0645 07	0,0471 5880 29	21,2049 4878 97	0,9988 8987 50	97
04	0,0627 9051 95	0,0629 1466 73	15,8945 4484 39	0,9980 2672 84	96
0.05	0,0784 5909 57	0,0787 0170 68	12,7062 0473 62	0,9969 1733 37	0,95
06	0,0941 0831 33	0,0945 2783 12	10,5788 9499 34	0,9955 6196 46	94
07	0,1097 3431 11	0,1104 0102 78	9,0578 8668 62	0,9939 6695 55	93
08	0,1253 3323 36	0,1263 2937 84	7,9158 1508 83	0,9921 1470 13	92
09	0,1409 0123 19	0,1423 2107 57	7,0263 6622 90	0,9900 2365 77	91
0.10	0,1564 3446 50	0,1583 8444 03	6,3137 5151 47	0,9876 8834 06	0,90
11	0,1719 2910 03	0,1745 2793 89	5,7297 4164 67	0,9851 0932 62	89
12	0,1873 8131 46	0,1907 6020 22	5,2421 8358 11	0,9822 8725 07	88
13	0,2027 8729 54	0,2070 9004 44	4,8288 1735 22	0,9792 2281 06	87
14	0,2181 4324 14	0,2235 2648 29	4,4737 4282 92	0,9759 1676 19	86
0.15	0,2334 4536 39	0,2400 7875 91	4,1652 9977 01	0,9723 6992 04	0,85
16	0,2486 8988 72	0,2567 5636 04	3,8947 4285 49	0,9685 8316 11	84
17	0,2638 7305 00	0,2735 6904 31	3,6553 8435 47	0,9645 5741 85	83
18	0,2789 9110 60	0,2905 2685 67	3,4420 2257 67	0,9602 9368 57	82
19	0,2940 4032 52	0,3076 4016 97	3,2505 5080 13	0,9557 9301 48	81
0.20	0,3090 1699 44	0,3249 1969 62	3,0776 8353 72	0,9510 5651 63	0,80
21	0,3239 1741 82	0,3423 7652 57	2,9207 6098 93	0,9460 8535 88	79
22	0,3387 3792 02	0,3600 2215 31	2,7776 0685 39	0,9408 8076 90	78
23	0,3534 7484 38	0,3778 6851 18	2,6464 2321 03	0,9354 4403 08	77
24	0,3681 2455 27	0,3959 2800 88	2,5257 1168 94	0,9297 7648 59	76
0.25	0,3826 8343 24	0,4142 1356 24	2,4142 1356 24	0.9238 7953 25	0,75
26	0,3971 4789 06	0,4327 3864 22	2,3108 6365 39	0,9177 5462 57	74
27	0,4115 1435 86	0,4515 1731 31	2,2147 5449 78	0,9114 0327 66	73
28	0,4257 7929 16	0,4705 6428 12	2,1251 0817 32	0,9048 2705 25	72
29	0,4399 3916 99	0,4898 9494 50	2,0412 5396 71	0,8980 2757 58	71
0,30	0,4539 9049 97	0,5095 2544 95	1,9626 1050 55	0,8910 0652 42	0,70
31	0,4679 2981 43	0,5294 7274 52	1,8886 7134 16	0,8837 6563 01	69
32	0,4817 5367 41	0,5497 5465 22	1,8189 9324 73	0,8763 0668 00	68
33	0,4954 5866 84	0,5703 8992 97	1,7531 8663 25	0,8686 3151 44	67
34	0,5090 4141 58	0,5913 9835 14	1,6909 0765 58	0,8607 4202 70	66
0.35	0,5224 9856 47	0,6128 0078 81	1,6318 5168 71	0,8526 4016 44	0,65
36	0,5358 2679 50	0,6346 1929 75	1,5757 4786 00	0,8443 2792 55	64
37	0,5490 2281 80	0,6568 7722 24	1,5223 5450 69	0,8358 0736 14	63
38	0,5620 8337 79	0,6795 9929 82	1,4714 5531 58	0,8270 8057 43	62
39	0,5750 0525 20	0,7028 1177 12	1,4228 5607 74	0,8181 4971 74	61
0.40	0,5877 8525 23	0,7265 4252 80	1,3763 8192 05	0,8090 1699 44	0,60
41	0,6004 2022 53	0,7508 2123 80	1,3318 7495 15	0,7996 8465 85	59
42	0,6129 0705 37	0,7756 7951 10	1,2891 9223 18	0,7901 5501 24	58
43	0,6252 4265 63	0,8011 5107 06	1,2482 0403 64	0,7804 3040 73	57
44	0,6374 2398 97	0,8272 7194 60	1,2087 9235 04	0,7705 1324 28	56
0.45	0,6494 4804 83	0,8540 8068 55	1,1708 4956 61	0,7604 0596 56	0,55
46	0,6613 1186 53	0,8816 1859 24	1,1342 7734 93	0,7501 1106 96	54
47	0,6730 1251 35	0,9099 2998 82	1,0989 8565 05	0,7396 3109 50	53
48	0,6845 4710 59	0,9390 6250 58	1,0648 9184 03	0,7289 6862 74	52
49	0,6959 1279 66	0,9690 6741 72	1,0319 1994 93	0,7181 2629 78	51
0.50	0,7071 0678 12	1,0000 0000 00	1,0000 0000 00	0,7071 0678 12	0,50
q					q
	Cosinus.	Cotangente.	Tangente.	Sinus.	Arc.

Dix-millièmes.	$0^q,000$			$0^q,001$			$0^q,002$			$0^q,003$			$0^q,004$		
	0,00	Sin.	Tg.	0,00	Sin.	Tg.	0,00	Sin.	Tg.	0,00	Sin.	Tg.	0,00	Sin.	Tg.
1	015707	96	96	17278	751	777	3298	6663	6843	4869	4494	5071	6440	2204	3540
2	031415	93	93	18849	545	578	3455	7450	7657	5026	5271	5906	6597	2967	4403
3	047123	89	89	20420	338	381	3612	8237	8473	5183	6047	6743	6754	3728	5269
4	062831	85	86	21991	131	184	3769	9023	9290	5340	6821	7583	6911	4488	6139
5	078539	81	83	23561	923	989	3926	9807	*0110	5497	7594	8425	7068	5246	7012
6	094247	77	81	25132	715	794	4084	0591	0932	5654	8366	9271	7225	6002	7889
7	109955	72	79	26703	506	601	4241	1374	1755	5811	9137	*0119	7382	6757	8769
8	125663	67	77	28274	296	409	4398	2155	2581	5968	9906	*0969	7539	7509	9652
9	141371	62	[illegible]	29845	086	219	4555	2936	3409	6126	0674	1823	7696	8260	*0540
10	157079	57	76	31415	875	*030	4712	3715	4239	6283	1440	2680	7853	9009	*1431

XVI. — FONCTIONS ELLIPTIQUES.

Fonctions du module.

$\log k$	θ	$\log K$	$\log \frac{2K}{\pi}$	$\log q$	α	$\log E$	$\log E'$	$\log q'$	$\log \frac{2K'}{\pi}$	β	$\log K'$	$\frac{\pi}{2} - \theta$	$\log k'$
	0^q,	0,	0,		0,	0,	0,		0,	0,	0,		
»	**00**	1961	0000	»	0000	1961	0000	0,0000	∞	0000	∞	**100**	0,0000
$\bar{2}$,1961	**01**	1961	0	$\bar{5}$,1881	1	1961	0003	$\bar{1}$,6131	5474	0	7435	**99**	$\bar{1}$,9999
4971	**02**	1962	1	$\bar{5}$,7903	2	1960	0009	5578	4894	1	6855	**98**	9998
6731	**03**	1964	2	$\bar{4}$,1425	5	1959	0019	5174	4516	2	6477	**97**	9995
7979	**04**	1965	4	3925	9	1957	0031	4840	4227	3	6188	**96**	9991
$\bar{2}$,8946	**05**	1968	7	$\bar{4}$,5865	13	1955	0046	$\bar{1}$,4547	3989	5	5951	**95**	$\bar{1}$,9987
$\bar{2}$,9736	**06**	1971	10	7451	19	1952	0062	4281	3786	7	5747	**94**	9981
$\bar{1}$,0403	**07**	1974	13	8792	26	1948	0081	4035	3606	9	5568	**93**	9974
0981	**08**	1978	17	$\bar{4}$,9954	34	1944	0100	3804	3446	12	5407	**92**	9966
1489	**09**	1983	22	$\bar{3}$,0981	43	1940	0122	3585	3299	15	5260	**91**	9956
$\bar{1}$,1943	**10**	1988	27	$\bar{3}$,1899	54	1934	0144	$\bar{1}$,3376	3165	19	5126	**90**	$\bar{1}$,9946
2353	**11**	1994	33	2731	65	1929	0168	3174	3040	22	5001	**89**	9935
2727	**12**	2000	39	3491	77	1923	0193	2978	2923	26	4885	**88**	9922
3070	**13**	2007	45	4190	91	1916	0219	2787	2814	30	4775	**87**	9909
3387	**14**	2014	53	4839	105	1909	0245	2602	2711	35	4672	**86**	9894
$\bar{1}$,3682	**15**	2022	61	$\bar{3}$,5444	121	1901	0273	$\bar{1}$,2419	2613	39	4574	**85**	$\bar{1}$,9878
3957	**16**	2030	69	6010	138	1893	0301	2240	2520	44	4481	**84**	9861
4214	**17**	2039	78	6542	156	1884	0329	2064	2432	49	4393	**83**	9843
4456	**18**	2049	88	7045	175	1875	0359	1890	2347	55	4308	**82**	9824
4684	**19**	2059	98	7522	195	1865	0388	1719	2266	60	4227	**81**	9804
$\bar{1}$,4900	**20**	2069	108	$\bar{3}$,7974	216	1854	0418	$\bar{1}$,1548	2188	66	4149	**80**	$\bar{1}$,9782
5104	**21**	2081	120	8406	238	1843	0448	1380	2114	72	4075	**79**	9759
5299	**22**	2093	131	8818	262	1832	0479	1212	2042	78	4003	**78**	9735
5484	**23**	2105	144	9212	286	1820	0510	1045	1972	84	3934	**77**	9710
5660	**24**	2118	157	9591	312	1807	0541	0879	1906	91	3867	**76**	9684
$\bar{1}$,5828	**25**	2131	170	$\bar{3}$,9954	339	1794	0572	$\bar{1}$,0714	1841	97	3802	**75**	$\bar{1}$,9656
5990	**26**	2146	184	$\bar{2}$,0305	367	1781	0603	0548	1779	104	3740	**74**	9627
6144	**27**	2160	199	0642	396	1767	0635	0384	1718	111	3679	**73**	9597
6292	**28**	2176	214	0969	426	1752	0666	0219	1660	118	3621	**72**	9566
6434	**29**	2192	230	1284	458	1737	0697	$\bar{1}$,0054	1603	125	3564	**71**	9533
$\bar{1}$,6570	**30**	2208	247	$\bar{2}$,1590	490	1721	0728	$\bar{2}$,9888	1548	133	3509	**70**	$\bar{1}$,9499
6702	**31**	2225	264	1887	524	1705	0759	9723	1495	140	3456	**69**	9463
6828	**32**	2243	282	2175	559	1689	0790	9557	1443	148	3404	**68**	9427
6950	**33**	2262	300	2454	596	1671	0821	9390	1393	155	3354	**67**	9388
7068	**34**	2281	320	2727	633	1654	0852	9223	1344	163	3305	**66**	9349
$\bar{1}$,7181	**35**	2300	339	$\bar{2}$,2992	672	1636	0883	$\bar{2}$,9055	1296	171	3258	**65**	$\bar{1}$,9308
7290	**36**	2321	360	3251	712	1617	0913	8886	1250	179	3211	**64**	9265
7396	**37**	2342	381	3503	753	1598	0943	8716	1205	187	3167	**63**	9221
7498	**38**	2364	402	3750	795	1578	0973	8544	1162	195	3123	**62**	9175
7597	**39**	2386	425	3991	839	1558	1002	8372	1119	203	3080	**61**	9128
$\bar{1}$,7692	**40**	2409	448	$\bar{2}$,4227	884	1537	1032	$\bar{2}$,8198	1078	211	3039	**60**	$\bar{1}$,9080
7785	**41**	2433	472	4458	930	1516	1061	8023	1038	219	2999	**59**	9029
7874	**42**	2458	496	4684	978	1495	1089	7846	998	228	2960	**58**	8977
7960	**43**	2483	522	4906	1027	1473	1118	7667	960	236	2921	**57**	8923
8044	**44**	2509	548	5124	1077	1450	1146	7486	923	244	2884	**56**	8868
$\bar{1}$,8125	**45**	2536	574	$\bar{2}$,5338	1129	1427	1173	$\bar{2}$,7304	887	252	2848	**55**	$\bar{1}$,8810
8204	**46**	2563	602	5549	1182	1404	1200	7119	852	261	2813	**54**	8751
8280	**47**	2591	630	5755	1236	1380	1227	6932	817	269	2779	**53**	8690
8354	**48**	2621	659	5959	1292	1355	1254	6743	784	277	2745	**52**	8627
8426	**49**	2651	689	6159	1349	1331	1280	6551	752	285	2713	**51**	8562
$\bar{1}$,8495	**50**	2681	720	$\bar{2}$,6356	1408	1305	1305	$\bar{2}$,6356	720	294	2681	**50**	$\bar{1}$,8495
		0,				0,	0,				0,	**0**^{q},	
$\log k'$	$\frac{\pi}{2} - \theta$	$\log K'$	$\log \frac{2K'}{\pi}$	$\log q'$	α	$\log E'$	$\log E$	$\log q$	$\log \frac{2K}{\pi}$	β	$\log K$	θ	$\log k$

Pour k très-petit :

$$\log q = \log \frac{k^2}{16} + \alpha, \qquad \log \frac{1}{16} = \bar{2},7958\ 8002;$$

$$\log q' = \frac{M^2\pi^2}{\log q}, \qquad \log M^2\pi^2 = 0,2698\ 6837;$$

$$\log K' = \log\left(\log \frac{4}{k}\right) + \log \frac{1}{M} + \beta, \qquad \log \frac{1}{M} = 0,3622\ 1569.$$

XVI. (Suite.) — FONCTIONS ELLIPTIQUES.

Intégrales de première espèce.

Valeurs naturelles de $u = F(\varphi)$.

am $u=\varphi$	$\theta=0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	$1^q,0$
$0^q,0$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	1571	1571	1571	1572	1573	1574	1575	1576	1577	1577	1577
2	3142	3143	3146	3152	3159	3167	3176	3183	3189	3193	3195
3	4712	4716	4728	4747	4772	4800	4829	4856	4878	4892	4897
4	6283	6293	6320	6365	6423	6491	6563	6633	6690	6729	6743
$0^q,5$	0,7854	0,7872	0,7924	0,8009	0,8123	0,8260	0,8411	0,8561	0,8692	0,8781	0,8814
6	9425	9454	9540	9682	9879	1,0124	1,0405	1,0700	1,0971	1,1169	1,1242
7	1,0996	1,1039	1,1168	1,1386	1,1694	2093	2575	3118	3664	4097	4268
8	2566	2626	2807	3116	3564	4167	4939	5886	6964	7972	8427
9	4137	4215	4454	4866	5478	6328	7481	9028	2,1094	2,3685	2,5421
$1^q,0$	1,5708	1,5805	1,6105	1,6627	1,7415	1,8541	2,0133	2,2435	2,5998	3,2553	log ∞

Valeurs logarithmiques de $u = F(\varphi)$.

am $u=\varphi$	$\theta=0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	$1^q,0$
$0^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
1	$\bar{1}$,1961	1962	1963	1965	1967	1970	1973	1975	1977	1979	1979
2	4971	4973	4978	4986	4996	5007	5018	5029	5037	5042	5044
3	6732	6736	6747	6765	6787	6812	6838	6863	6882	6895	6899
4	7982	7988	8007	8038	8077	8123	8171	8217	8255	8280	8288
$0^q,5$	$\bar{1}$,8951	8961	8989	9036	9097	9170	9248	9325	9391	9436	9452
6	9743	9756	9795	9860	9947	*0053	*0172	*0294	*0403	*0480	*0508
7	0,0412	0429	0480	0564	0680	0825	0995	1179	1356	1491	1544
8	0992	1013	1074	1178	1324	1513	1743	2010	2295	2546	2655
9	1504	1528	1600	1722	1897	2129	2426	2794	3242	3745	4052
$1^q,0$	0,1961	1988	2069	2208	2409	2681	3039	3509	4149	5126	∞

am $u=\varphi$	$\theta=0^q,90$	$0^q,91$	$0^q,92$	$0^q,93$	$0^q,94$	$0^q,95$	$0^q,96$	$0^q,97$	$0^q,98$	$0^q,99$	$1^q,00$
$0^q,90$	0,3745	3793	3839	3883	3923	3960	3991	4017	4036	4048	4052
91	3877	3930	3982	4032	4078	4120	4157	4187	4210	4224	4229
92	4012	4071	4130	4186	4239	4288	4332	4368	4396	4413	4418
93	4148	4215	4281	4345	4407	4465	4517	4561	4595	4616	4624
94	4287	4362	4436	4510	4582	4651	4714	4769	4812	4840	4849
$0^q,95$	0,4428	4511	4595	4680	4765	4848	4926	4995	5051	5088	5101
96	4569	4662	4757	4855	4955	5055	5152	5243	5319	5372	5391
97	4710	4813	4921	5033	5150	5272	5395	5517	5626	5707	5738
98	4851	4965	5085	5213	5350	5497	5654	5818	5984	6124	6184
99	4990	5114	5248	5392	5550	5725	5921	6145	6401	6683	6854
$1^q,00$	0,5126	5260	5407	5568	5747	5951	6188	6477	6855	7435	∞

Intégrales de seconde espèce.

Valeurs naturelles de $E(\varphi)$.

am $u=\varphi$	$\theta=0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	$1^q,0$
$0^q,0$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	1571	1571	1570	1569	1569	1568	1567	1566	1565	1565	1564
2	3142	3140	3137	3131	3124	3116	3108	3101	3095	3091	3090
3	4712	4708	4696	4678	4654	4628	4601	4576	4557	4544	4540
4	6283	6274	6247	6204	6149	6087	6024	5966	5919	5888	5878
$0^q,5$	0,7854	0,7836	0,7785	0,7704	0,7600	0,7482	0,7360	0,7246	0,7153	0,7092	0,7071
6	9425	9396	9312	9179	9005	8806	8598	8401	8237	8129	8090
7	1,0996	1,0953	1,0828	1,0627	1,0365	1,0060	9736	9423	9156	8975	8910
8	2566	2507	2333	2053	1685	1250	1,0780	1,0315	9907	9617	[illegible]
9	4137	4060	3831	3463	2974	2391	1751	1102	1,0507	1,0057	9877
$1^q,0$	1,5708	1,5611	1,5326	1,4864	1,4248	1,3506	1,2681	1,1826	1,1011	1,0338	1,0000

Valeurs logarithmiques de $E(\varphi)$.

am $u=\varphi$	$\theta=0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	$1^q,0$
$0^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
1	$\bar{1}$,1961	$\bar{1}$,1961	$\bar{1}$,1960	$\bar{1}$,1958	$\bar{1}$,1955	$\bar{1}$,1952	$\bar{1}$,1950	$\bar{1}$,1947	$\bar{1}$,1945	$\bar{1}$,1944	$\bar{1}$,1943
2	4971	4970	4965	4957	4947	4936	4925	4915	4907	4902	4900
3	6732	6729	6718	6700	6678	6654	6628	6605	6587	6575	6570
4	7982	7975	7956	7926	7888	7844	7799	7757	7722	7700	7692
$0^q,5$	$\bar{1}$,8951	$\bar{1}$,8941	$\bar{1}$,8913	$\bar{1}$,8867	$\bar{1}$,8808	$\bar{1}$,8740	$\bar{1}$,8669	$\bar{1}$,8601	$\bar{1}$,8545	$\bar{1}$,8508	$\bar{1}$,8495
6	9743	9729	9691	9628	9545	9448	9344	9243	9158	9100	9080
7	0,0412	0,0395	0,0345	0,0264	0,0156	0,0026	9884	9742	9617	9530	9499
8	0992	0972	0911	0811	0676	0511	0,0326	0,0135	9959	9831	9782
9	1504	1480	1409	1291	1131	0931	0701	0454	0,0215	0,0024	9946
$1^q,0$	0,1961	0,1934	0,1854	0,1721	0,1537	0,1305	0,1032	0,0728	0,0418	0,0144	0,0000

FONCTIONS ELLIPTIQUES.

Valeurs naturelles de $\frac{u}{K} = \frac{2}{\pi} x$ en parties du rayon, ou de $x = \frac{\pi u}{2K}$ en parties du quadrant

$\varphi = \mathrm{am}\, u$	$\theta = 0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	$1^q,0$
$0^q,0$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	1000	0994	0976	0945	0903	0849	0782	0702	0606	0484	0000
2	2000	1988	1954	1896	1814	1708	1577	1419	1227	0981	0000
3	3000	2984	2936	2855	2740	2589	2399	2164	1876	1503	0000
4	4000	3981	3925	3828	3688	3501	3260	2956	2573	2067	0000
$0^q,5$	0,5000	0,4980	0,4920	0,4817	0,4664	0,4455	0,4178	0,3816	0,3343	0,2698	0,0000
6	6000	5981	5924	5823	5673	5460	5168	4769	4220	3431	0000
7	7000	6984	6935	6848	6715	6522	6246	5847	5256	4329	0000
8	8000	7988	7952	7888	7789	7641	7420	7081	6525	5521	0000
9	9000	8994	8975	8936	8887	8807	8683	8481	8114	7276	0,0000
$1^q,0$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Valeurs logarithmiques des fonctions ϑ et de leurs dérivées logarithmiques.

	x	$\theta = 0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	x_1
$\vartheta(x) = \vartheta(x_1)$.	$0^q,0$	0,0000	$\bar{1}$,9987	$\bar{1}$,9945	$\bar{1}$,9873	$\bar{1}$,9764	$\bar{1}$,9607	$\bar{1}$,9385	$\bar{1}$,9059	$\bar{1}$,8544	$\bar{1}$,7554	$1^q,0$
	1	0000	9987	9948	9879	9776	9636	9417	9110	8627	7707	0,9
	2	0000	9989	9956	9897	9810	9685	9509	9255	8840	8125	8
	3	0000	9992	9968	9926	9863	9774	9649	9471	9200	8709	7
	4	0000	9996	9983	9961	9928	9882	9819	9730	9595	9360	6
	$0^q,5$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	$\bar{1}$,9999	$\bar{1}$,9996	$\bar{1}$,9981	$0^q,5$
	6	0000	0004	0017	0039	0070	0114	0174	0,0253	0,0365	0,0534	4
	7	0000	0008	0032	0073	0133	0215	0325	0471	0673	0984	3
	8	0000	0011	0044	0100	0182	0294	0441	0636	0904	1314	2
	9	0000	0013	0052	0118	0213	0336	0514	0739	1046	1515	1
	$1^q,0$	0,0000	0,0013	0,0054	0,0123	0,0225	0,0360	0,0539	0,0774	0,1094	0,1582	$0^q,0$
$\vartheta_1(x) = \vartheta_2(x_1)$.	$0^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	$1^q,0$
	1	»	$\bar{2}$,7928	$\bar{2}$,9447	$\bar{1}$,0349	$\bar{1}$,1002	$\bar{1}$,1519	$\bar{1}$,1948	$\bar{1}$,2304	$\bar{1}$,2576	$\bar{1}$,2656	0,9
	2	»	$\bar{1}$,0885	$\bar{1}$,2403	3305	3959	4478	4910	5273	5559	5680	8
	3	»	2556	4074	4976	5631	6152	6589	6962	7271	7455	7
	4	»	3677	5196	6099	6754	7278	7721	8107	8444	8700	6
	$0^q,5$	»	$\bar{1}$,4480	$\bar{1}$,5999	$\bar{1}$,6902	$\bar{1}$,7559	$\bar{1}$,8086	$\bar{1}$,8536	$\bar{1}$,8936	$\bar{1}$,9303	$\bar{1}$,9638	$0^q,5$
	6	»	5065	6583	7487	8145	8676	9132	9546	9943	0,0354	4
	7	»	5484	7003	7907	8566	9100	9562	9988	0,0412	0889	3
	8	»	5767	7286	8190	8851	9386	9854	0,0288	0734	1261	2
	9	»	5931	7450	8355	9016	9553	0,0023	0466	0923	1482	1
	$1^q,0$	»	$\bar{1}$,5985	$\bar{1}$,7504	$\bar{1}$,8409	$\bar{1}$,9071	$\bar{1}$,9607	0,0103	0,0531	0,0977	0,1555	$0^q,0$
$D_x \log \vartheta(x) = -D_{x_1} \log \vartheta_1(x_1)$.	$0^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	$1^q,0$
	1	»	$\bar{3}$,0832	$\bar{3}$,8947	$\bar{2}$,2631	$\bar{2}$,5371	$\bar{2}$,7659	$\bar{2}$,9696	$\bar{1}$,1683	$\bar{1}$,3803	$\bar{1}$,6415	0,9
	2	»	5623	$\bar{2}$,1731	5405	8130	$\bar{1}$,0383	$\bar{1}$,2397	4333	6368	8816	8
	3	»	7007	3107	6764	9464	1682	3646	5508	7425	9660	7
	4	»	7706	3794	7432	$\bar{1}$,0101	2276	4180	5957	7743	9763	6
	$0^q,5$	»	$\bar{3}$,7920	$\bar{2}$,3995	$\bar{2}$,7611	$\bar{1}$,0248	$\bar{1}$,2377	$\bar{1}$,4219	$\bar{1}$,5910	$\bar{1}$,7573	$\bar{1}$,9416	$0^q,5$
	6	»	7696	3760	7354	$\bar{2}$,9959	2045	3829	5443	6999	8699	4
	7	»	6991	3043	6617	9194	1242	2976	4527	5999	7595	3
	8	»	5601	1643	5203	7758	$\bar{2}$,9777	1474	2078	4390	5917	2
	9	»	2807	$\bar{3}$,8843	2393	4935	6942	$\bar{2}$,8609	0085	1461	2948	1
	$1^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	$0^q,0$
$D_x \log \vartheta_1(x) = -D_{x_1} \log \vartheta_2(x_1)$.	$0^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	$1^q,0$
	1	»	0,8003	0,8003	0,8003	0,8003	0,8004	0,8007	0,8011	0,8021	0,8051	0,9
	2	»	4882	4882	4883	4885	4888	4897	4914	4953	5076	8
	3	»	2928	2929	2930	2933	2942	2960	2997	3077	3288	7
	4	»	1387	1388	1390	1396	1410	1440	1502	1633	1960	6
	$0^q,5$	»	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0032	0,0075	0,0163	0,0347	0,0785	$0^q,5$
	6	»	$\bar{1}$,8613	$\bar{1}$,8614	$\bar{1}$,8617	$\bar{1}$,8629	$\bar{1}$,8655	$\bar{1}$,8711	$\bar{1}$,8824	$\bar{1}$,9057	[illegible]	4
	7	»	7072	7073	7077	7091	7123	7190	7326	7599	8208	3
	8	»	5118	5119	5124	5140	5176	5252	5407	5709	6371	2
	9	»	1997	1998	2004	2021	2060	2142	2305	2628	3321	1
	$1^q,0$	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	$0^q,0$
	x	$\theta = 0^q,0$	$0^q,1$	$0^q,2$	$0^q,3$	$0^q,4$	$0^q,5$	$0^q,6$	$0^q,7$	$0^q,8$	$0^q,9$	x_1

XVII. — TABLES DE DIVERSES TRANSCENDANTES.

Valeurs logarithmiques de la fonction $\Gamma(1+x) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha}\alpha^x\,d\alpha = \int_0^{1}\left[\log\frac{1}{\beta}\right]^x d\beta.$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
0,0	$\bar{1}$,00000	99753	99513	99280	99053	98834	98621	98415	98215	98021	−187
1	97834	97653	97478	97310	97147	96990	96839	96694	96554	96421	−129
2	96292	96169	96052	95940	95833	95730	95636	95545	95459	95378	− 76
3	95302	95231	95165	95104	95047	94995	94948	94905	94868	94834	− 29
4	94805	94781	94761	94745	94734	94727	94724	94725	94731	94741	+ 13
0,5	$\bar{1}$,94754	94772	94794	94820	94850	94884	94921	94963	95008	95057	+ 53
6	95110	95167	95227	95291	95359	95430	95505	95583	95665	95750	+ 89
7	95839	95931	96027	96126	96229	96335	96444	96556	96672	96791	+122
8	96913	97038	97167	97298	97433	97571	97712	97856	98004	98154	+153
9	98307	98463	98622	98784	98949	99117	99288	99462	99638	99818	+182

Pour x entier, $\Gamma(1+x) = 1.2.3\ldots x = x!$

x	Log $\Gamma(1+x)$	x	Log $\Gamma(1+x)$	x	Log $\Gamma(1+x)$	x	Log $\Gamma(1+x)$	x	Log $\Gamma(1+x)$
0	0,0000 0000	20	18,3861 2462	40	47,9116 4507	60	81,9201 7485	80	118,8547 2772
1	0,0000 0000	21	19,7083 4391	41	49,5244 2891	61	83,7055 0468	81	120,7632 1274
2	0,3010 3000	22	21,0507 6659	42	51,1476 7822	62	85,4978 9637	82	122,6770 2659
3	0,7781 5125	23	22,4124 9443	43	52,7811 4667	63	87,2972 3692	83	124,5961 0469
4	1,3802 1124	24	23,7927 0567	44	54,4245 9935	64	89,1034 1690	84	126,5203 8397
5	2,0791 8125	25	25,1906 4568	45	56,0778 1186	65	90,9163 3025	85	128,4498 0290
6	2,8573 3250	26	26,6056 1903	46	57,7405 6969	66	92,7358 7419	86	130,3843 0135
7	3,7024 3054	27	28,0369 8279	47	59,4126 6755	67	94,5619 4899	87	132,3238 2060
8	4,6055 2052	28	29,4841 4082	48	61,0939 0879	68	96,3944 5790	88	134,2683 0327
9	5,5597 6303	29	30,9465 3882	49	62,7841 0487	69	98,2333 0700	89	136,2176 9328
10	6,5597 6303	30	32,4236 6007	50	64,4830 7487	70	100,0784 0504	90	138,1719 3579
11	7,6011 5572	31	33,9150 2177	51	66,1906 4505	71	101,9296 6338	91	140,1309 7718
12	8,6803 3696	32	35,4201 7175	52	67,9066 4839	72	103,7869 9588	92	142,0947 6501
13	9,7942 8032	33	36,9386 8569	53	69,6309 2426	73	105,6503 1874	93	144,0632 4796
14	10,9404 0835	34	38,4701 6460	54	71,3633 1802	74	107,5195 5046	94	146,0363 7581
15	12,1164 9961	35	40,0142 3265	55	73,1036 8071	75	109,3946 1172	95	148,0140 9942
16	13,3206 1959	36	41,5705 3515	56	74,8518 6874	76	111,2754 2532	96	149,9963 7065
17	14,5510 6852	37	43,1387 3687	57	76,6077 4359	77	113,1619 1604	97	151,9831 4238
18	15,8063 4102	38	44,7185 2047	58	78,3711 7159	78	115,0540 1064	98	153,9743 6846
19	17,0850 9462	39	46,3095 8508	59	80,1420 2360	79	116,9516 3774	99	155,9700 0365

Pour $-1 < x < 1$, $\log\Gamma(1+x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{\pi x}{\sin\pi x}\cdot\frac{1-x}{1+x}\right) + a_1 x - a_3 x^3 - a_5 x^5 - a_7 x^7 - \ldots$

Pour x très-grand, $\log\Gamma(1+x) = \log\sqrt{2\pi} + \left(x+\frac{1}{2}\right)\log x - \mathrm{M}x + \frac{b_1}{x} - \frac{b_3}{x^3} + \frac{b_5}{x^5} - \frac{b_7}{x^7} + \ldots$

	Log		Log		Log		Log		Log
a_1	$\bar{1}$,2639 0320	a_9	$\bar{5}$,9863 90	$\sqrt{2\pi}$	0,3990 8993	b_5	$\bar{4}$,5374 14	b_{13}	$\bar{3}$,4447
a_3	$\bar{2}$,4051 3076	a_{11}	$\bar{5}$,2902 8	M	$\bar{1}$,6377 8431 13	b_7	$\bar{4}$,4124 75	b_{15}	$\bar{2}$,1084
a_5	$\bar{3}$,5061 0722	a_{13}	$\bar{6}$,6127 3	b_1	$\bar{2}$,5586 0307	b_9	$\bar{4}$,5629 7	b_{17}	$\bar{2}$,8922
a_7	$\bar{4}$,7143 35	a_{15}	$\bar{7}$,9472	b_3	$\bar{3}$,0814 818	b_{11}	$\bar{4}$,9205 3	b_{19}	$\bar{1}$,7816

$a_1 = 0,1836\ 1290\ 38.$ $\mathrm{M} = 0,4342\ 9448\ 1903.$ $b_{2n+1} = \frac{\mathrm{M}B_{2n+1}}{(2n+1)(2n+2)}.$

Logarithmes des nombres de Bernoulli.

$B_1 = \frac{1}{6}$	$\bar{1}$,2218 4875	B_{15}	0,8507 7833	B_{27}	7,4361 3451	B_{39}	16,2854 8033	B_{51}	26,7023 2523
$B_3 = \frac{1}{30}$	$\bar{2}$,5228 7875	B_{17}	1,7401 3504	B_{29}	8,7792 9402	B_{41}	17,9251 5374	B_{53}	28,5626 3513
$B_5 = \frac{1}{42}$	$\bar{2}$,3767 5071	B_{19}	2,7235 5716	B_{31}	10,1794 4596	B_{43}	19,6057 1514	B_{55}	30,4548 2611
$B_7 = \frac{1}{30}$	$\bar{2}$,5228 7875	B_{21}	3,7918 3959	B_{33}	11,6330 7908	B_{45}	21,3253 2574	B_{57}	32,3777 6922
$B_9 = \frac{5}{66}$	$\bar{2}$,8794 2607	B_{23}	4,9374 1885	B_{35}	13,1370 8988	B_{47}	23,0823 0510	B_{59}	34,3404 1274
$B_{11} = \frac{691}{2730}$	$\bar{1}$,4033 1540	B_{25}	6,1539 7245	B_{37}	14,6887 1547	B_{49}	24,8751 1145	B_{61}	36,3117 7453
$B_{13} = \frac{7}{6}$	0,0669 4679								

Logarithme intégral $\mathrm{li}\,x = \int_0^x \frac{dx}{\log x}$.

$\log x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{7}$,	−0,00012	00013	00014	00016	00018	00020	00023	00026	00029	00032
$\bar{6}$,	−0,00036	00040	00045	00051	00057	00064	00072	00081	00091	00102
$\bar{5}$,	−0,00115	00121	00145	00164	00184	00207	00234	00263	00297	00335
$\bar{4}$,	−0,00378	00427	00482	00545	00616	00697	00789	00894	01013	01149
$\bar{3}$,	−0,01305	01482	01686	01918	02185	02491	02844	03250	03719	04261
$\bar{2}$,	−0,04890	05620	06471	07465	08631	10002	11622	13545	15841	18599
$\bar{1}$,	−0,2194	−0,2602	−0,3106	−0,3738	−0,4544	−0,5598	−0,7024	−0,9057	−1,2227	−1,8229
0,	−∞	−1,6228	−0,8218	−0,3027	+0,1048	+0,4542	+0,7699	+1,0649	+1,3474	+1,6228
1,	+ 1,8951	2,1674	2,4421	2,7214	3,0072	3,3013	3,6053	3,9210	4,2499	4,5937
2,	+ 4,9542	5,3332	5,7326	6,1544	6,6007	7,0738	7,5761	8,1103	8,6793	9,2860
3,	+ 9,9338	10,6663	11,3673	12,1610	13,0121	13,9[illegible]54	14,9063	15,9606	17,0918	18,[illegible]157
4,	+19,631	21,048	22,577	24,227	26,009	27,934	30,014	32,264	34,698	37,332
5,	+40,185	43,276	46,625	50,256	54,193	58,466	63,102	68,135	73,601	79,538
6,	+85,990	93,002	100,626	108,916	117,935	127,747	138,426	150,050	162,707	176,491

$\log x$	x	$\mathrm{li}\,x$	$\log x$	x	$\mathrm{li}\,x$	$\log x$	x	$\mathrm{li}\,x$	$\log x$	x	$\mathrm{li}\,x$
−10	$0,0^4 454$	$-0,0^5 416$	**−0,5**	0,6065	−0,5598	**0,01**	1,0101	−4,0179	**1**	2,718	1,895
− 9	$0,0^3 123$	$-0,0^4 124$	**−0,4**	0,6703	−0,7024	**0,02**	1,0202	−3,3147	**2**	7,389	4,954
− 8	$0,0^3 335$	$-0,0^4 377$	**−0,3**	0,7408	−0,9057	**0,03**	1,0305	−2,8991	**3**	20,086	9,934
− 7	$0,0^3 912$	$-0,0^3 115$	**−0,2**	0,8187	−1,2227	**0,04**	1,0408	−2,6013	**4**	54,598	19,631
− 6	$0,0^2 248$	$-0,0^3 360$	**−0,1**	0,9048	−1,8229	**0,05**	1,0513	−2,3679	**5**	148,413	40,185
− 5	$0,0^2 674$	$-0,0^2 115$	**−0,05**	0,9512	−2,4679	**0,1**	1,1052	−1,6228	**6**	403,43	85,99
− 4	0,01832	$-0,0^2 378$	**−0,04**	0,9608	−2,6813	**0,2**	1,2214	−0,8218	**7**	1096,63	191,50
− 3	0,04979	−0,01305	**−0,03**	0,9704	−2,9591	**0,3**	1,3499	−0,3027	**8**	2980,96	440,38
− 2	0,13534	−0,04890	**−0,02**	0,9802	−3,3547	**0,4**	1,4918	+0,1048	**9**	8103,08	1037,88
− 1	0,36788	−0,21938	**−0,01**	0,9900	−4,0379	**0,5**	1,6487	+0,4542	**10**	22026,47	[illegible]

Valeurs de la fonction $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2}\,dx$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
0,0	0,0000	0113	0226	0338	0451	0564	0676	0789	0901	1013	112
1	1125	1236	1348	1459	1569	1680	1790	1900	2009	2118	[illegible]
2	2227	2335	2443	2550	2657	2763	2869	2974	3079	3183	103
3	3286	3389	3491	3593	3694	3794	3893	3992	4090	4187	97
4	4284	4380	4475	4569	4662	4755	4847	4937	5028	5117	88
0,5	0,5205	5292	5379	5465	5549	5633	5716	5798	5879	5959	80
6	6039	6117	6194	6270	6346	6420	6494	6566	6638	6708	70
7	6778	6847	6914	6981	7047	7112	7175	7238	7300	7361	60
8	7421	7480	7538	7595	7651	7707	7761	7814	7867	7918	51
9	7969	8019	8068	8116	8163	8209	8254	8299	8342	8385	42
1,0	0,8427	8468	8508	8548	8586	8624	8661	8698	8733	8768	35
1	8802	8835	8868	8900	8931	8961	8991	9020	9048	9076	27
2	9103	9130	9155	9181	9205	9229	9252	9275	9297	9319	21
3	9340	9361	9381	9400	9419	9438	9456	9473	9490	9507	16
4	9523	9539	9554	9569	9583	9597	9611	9624	9637	9649	12
1,5	0,9661	9673	9684	9695	9706	9716	9726	9736	9745	9755	8
6	9763	9772	9780	9788	9796	9804	9811	9818	9825	9832	6
7	9838	9844	9850	9856	9861	9867	9872	9877	9882	9886	5
8	9891	9895	9899	9903	9907	9911	9915	9918	9922	9925	3
9	9928	9931	9934	9937	9939	9942	9944	9947	9949	9951	2
2,	0,9953	9970	9981	9989	9993	9996	9998	9999	[illegible]	[illegible]	

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2}\,dx = a_1 x - a_3 x^3 + a_5 x^5 - \ldots = 1 - e^{-x^2}\left(\frac{b_1}{x} - \frac{b_3}{x^3} + \frac{b_5}{x^5} - \ldots\right).$$

$$a_{2n+1} = \frac{2}{1.2.3\ldots n.(2n+1)\sqrt{\pi}}, \qquad b_{2n+1} = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2^n\sqrt{\pi}}.$$

a_1	0,0524 5506	a_9	$\bar{3}$,7180 0131	b_1	$\bar{1}$,7514 2506	b_9	0,5684 9438
a_3	$\bar{1}$,5753 3380	a_{11}	$\bar{4}$,9318 8113	b_3	$\bar{1}$,4503 9507	b_{11}	1,2217 0689
a_5	$\bar{1}$,0524 5506	a_{13}	$\bar{4}$,0811 7921	b_5	$\bar{1}$,6264 8633	b_{13}	1,9620 6958
a_7	$\bar{2}$,4292 0577	a_{15}	$\bar{5}$,1739 3326	b_7	0,0244 2634	b_{15}	2,7749 8294

XVIII. — TABLE DES CARRÉS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
0.00	0,0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0001	0
01	0001	0001	0001	0002	0002	0002	0003	0003	0003	0004	0
02	0004	0004	0005	0005	0006	0006	0007	0007	0008	0008	1
03	0009	0010	0010	0011	0012	0012	0013	0014	0014	0015	1
04	0016	0017	0018	0018	0019	0020	0021	0022	0023	0024	1
0,05	0,0025	0026	0027	0028	0029	0030	0031	0032	0034	0035	1
06	0036	0037	0038	0040	0041	0042	0044	0045	0046	0048	1
07	0049	0050	0052	0053	0055	0056	0058	0059	0061	0062	2
08	0064	0066	0067	0069	0071	0072	0074	0076	0077	0079	2
09	0081	0083	0085	0086	0088	0090	0092	0094	0096	0098	2
0,10	0,0100	0102	0104	0106	0108	0110	0112	0114	0117	0119	2
11	0121	0123	0125	0128	0130	0132	0135	0137	0139	0142	2
12	0144	0146	0149	0151	0154	0156	0159	0161	0164	0166	3
13	0169	0172	0174	0177	0180	0182	0185	0188	0190	0193	3
14	0196	0199	0202	0204	0207	0210	0213	0216	0219	0222	3
0.15	0,0225	0228	0231	0234	0237	0240	0243	0246	0250	0253	3
16	0256	0259	0262	0266	0269	0272	0276	0279	0282	0286	3
17	0289	0292	0296	0299	0303	0306	0310	0313	0317	0320	4
18	0324	0328	0331	0335	0339	0342	0346	0350	0353	0357	4
19	0361	0365	0369	0372	0376	0380	0384	0388	0392	0396	4
0,20	0,0400	0404	0408	0412	0416	0420	0424	0428	0433	0437	4
21	0441	0445	0449	0454	0458	0462	0467	0471	0475	0480	4
22	0484	0488	0493	0497	0502	0506	0511	0515	0520	0524	5
23	0529	0534	0538	0543	0548	0552	0557	0562	0566	0571	5
24	0576	0581	0586	0590	0595	0600	0605	0610	0615	0620	5
0.25	0,0625	0630	0635	0640	0645	0650	0655	0660	0666	0671	5
26	0676	0681	0686	0692	0697	0702	0708	0713	0718	0724	5
27	0729	0734	0740	0745	0751	0756	0762	0767	0773	0778	6
28	0784	0790	0795	0801	0807	0812	0818	0824	0829	0835	6
29	0841	0847	0853	0858	0864	0870	0876	0882	0888	0894	6
0.30	0,0900	0906	0912	0918	0924	0930	0936	0942	0949	0955	6
31	0961	0967	0973	0980	0986	0992	0999	1005	1011	1018	6
32	1024	1030	1037	1043	1050	1056	1063	1069	1076	1082	7
33	1089	1096	1102	1109	1116	1122	1129	1136	1142	1149	7
34	1156	1163	1170	1176	1183	1190	1197	1204	1211	1218	7
0,35	0.1225	1232	1239	1246	1253	1260	1267	1274	1282	1289	7
36	1296	1303	1310	1318	1325	1332	1340	1347	1354	1362	7
37	1369	1376	1384	1391	1399	1406	1414	1421	1429	1436	8
38	1444	1452	1459	1467	1475	1482	1490	1498	1505	1513	8
39	1521	1529	1537	1544	1552	1560	1568	1576	1584	1592	8
0.40	0,1600	1608	1616	1624	1632	1640	1648	1656	1665	1673	8
41	1681	1689	1697	1706	1714	1722	1731	1739	1747	1756	8
42	1764	1772	1781	1789	1798	1806	1815	1823	1832	1840	9
43	1849	1858	1866	1875	1884	1892	1901	1910	1918	1927	9
44	1936	1945	1954	1962	1971	1980	1989	1998	2007	2016	9
0,45	0.2025	2034	2043	2052	2061	2070	2079	2088	2098	2107	9
46	2116	2125	2134	2144	2153	2162	2172	2181	2190	2200	9
47	2209	2218	2228	2237	2247	2256	2266	2275	2285	2294	10
48	2304	2314	2323	2333	2343	2352	2362	2372	2381	2391	10
49	2401	2411	2421	2430	2440	2450	2460	2470	2480	2490	10
0,50	0.2500	2510	2520	2530	2540	2550	2560	2570	2581	2591	10
51	2601	2611	2621	2632	2642	2652	2663	2673	2683	2694	10
52	2704	2714	2725	2735	2746	2756	2767	2777	2788	2798	11
53	2809	2820	2830	2841	2852	2862	2873	2884	2894	2905	11
54	2916	2927	2938	2948	2959	2970	2981	2992	3003	3014	11
0,55	0,3025	3036	3047	3058	3069	3080	3091	3102	3114	3125	11
56	3136	3147	3158	3170	3181	3192	3204	3215	3226	3238	11
57	3249	3260	3272	3283	3295	3306	3318	3329	3341	3352	12
58	3364	3376	3387	3399	3411	3422	3434	3446	3457	3469	12
59	3481	3493	3505	3516	3528	3540	3552	3564	3576	3588	12

A QUATRE DÉCIMALES.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	d
0,60	0,3600	3612	3624	3636	3648	3660	3672	3684	3697	3709	12
61	3721	3733	3745	3758	3770	3782	3795	3807	3819	3832	12
62	3844	3856	3869	3881	3894	3906	3919	3931	3944	3956	13
63	3969	3982	3994	4007	4020	4032	4045	4058	4070	4083	13
64	4096	4109	4122	4134	4147	4160	4173	4186	4199	4212	13
0,65	0,4225	4238	4251	4264	4277	4290	4303	4316	4330	4343	13
66	4356	4369	4382	4396	4409	4422	4436	4449	4462	4476	13
67	4489	4502	4516	4529	4543	4556	4570	4583	4597	4610	14
68	4624	4638	4651	4665	4679	4692	4706	4720	4733	4747	14
69	4761	4775	4789	4802	4816	4830	4844	4858	4872	4886	14
0,70	0,4900	4914	4928	4942	4956	4970	4984	4998	5013	5027	14
71	5041	5055	5069	5084	5098	5112	5127	5141	5155	5170	14
72	5184	5198	5213	5227	5242	5256	5271	5285	5300	5314	15
73	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	5446	5461	15
74	5476	5491	5506	5520	5535	5550	5565	5580	5595	5610	15
0,75	0,5625	5640	5655	5670	5685	5700	5715	5730	5746	5761	15
76	5776	5791	5806	5822	5837	5852	5868	5883	5898	5914	15
77	5929	5944	5960	5975	5991	6006	6022	6037	6053	6068	16
78	6084	6100	6115	6131	6147	6162	6178	6194	6209	6225	16
79	6241	6257	6273	6288	6304	6320	6336	6352	6368	6384	16
0,80	0.6400	6416	6432	6448	6464	6480	6496	6512	6529	6545	16
81	6561	6577	6593	6610	6626	6642	6659	6675	6691	6708	16
82	6724	6740	6757	6773	6790	6806	6823	6839	6856	6872	17
83	6889	6906	6922	6939	6956	6972	6989	7006	7022	7039	17
84	7056	7073	7090	7106	7123	7140	7157	7174	7191	7208	17
0.85	0,7225	7242	7259	7276	7293	7310	7327	7344	7362	7379	17
86	7396	7413	7430	7448	7465	7482	7500	7517	7534	7552	17
87	7569	7586	7604	7621	7639	7656	7674	7691	7709	7726	18
88	7744	7762	7779	7797	7815	7832	7850	7868	7885	7903	18
89	7921	7939	7957	7974	7992	8010	8028	8046	8064	8082	18
0.90	0.8100	8118	8136	8154	8172	8190	8208	8226	8245	8263	18
91	8281	8299	8317	8336	8354	8372	8391	8409	8427	8446	18
92	8464	8482	8501	8519	8538	8556	8575	8593	8612	8630	19
93	8649	8668	8686	8705	8724	8742	8761	8780	8798	8817	19
94	8836	8855	8874	8892	8911	8930	8949	8968	8987	9006	19
0,95	0,9025	9044	9063	9082	9101	9120	9139	9158	9178	9197	19
96	9216	9235	9254	9274	9293	9312	9332	9351	9370	9390	19
97	9409	9428	9448	9467	9487	9506	9526	9545	9565	9584	20
98	9604	9624	9643	9663	9683	9702	9722	9742	9761	9781	20
99	9801	9821	9841	9860	9880	9900	9920	9940	9960	9980	20
1,00	1,0000	0020	0040	0060	0080	0100	0120	0140	0161	0181	20
01	0201	0221	0241	0262	0282	0302	0323	0343	0363	0384	20
02	0404	0424	0445	0465	0486	0506	0527	0547	0568	0588	21
03	0609	0630	0650	0671	0692	0712	0733	0754	0774	0795	21
04	0816	0837	0858	0878	0899	0920	0941	0962	0983	1004	21
1,05	1,1025	1046	1067	1088	1109	1130	1151	1172	1194	1215	21
06	1236	1257	1278	1300	1321	1342	1364	1385	1406	1428	21
07	1449	1470	1492	1513	1535	1556	1578	1599	1621	1642	22
08	1664	1686	1707	1729	1751	1772	1794	1816	1837	1859	22
09	1881	1903	1925	1946	1968	1990	2012	2034	2056	2078	22
1,10	1,2100	2122	2144	2166	2188	2210	2232	2254	2277	2299	22
11	2321	2343	2365	2388	2410	2432	2455	2477	2499	2522	22
12	2544	2566	2589	2611	2634	2656	2679	2701	2724	2746	23
13	2769	2792	2814	2837	2860	2882	2905	2928	2950	2973	23
14	2996	3019	3042	3064	3087	3110	3133	3156	3179	3202	23
1,15	1,3225	3248	3271	3294	3317	3340	3363	3386	3410	3433	23
16	3456	3479	3502	3526	3549	3572	3596	3619	3642	3666	23
17	3689	3712	3736	3759	3783	3806	3830	3853	3877	3900	24
18	3924	3948	3971	3995	4019	4042	4066	4090	4113	4137	24
19	4161	4185	4209	4232	4256	4280	4304	4328	4352	4376	24

XIX. — TABLES DE PUISSANCES.

Puissances fractionnaires de 10, ou Table abrégée d'antilogarithmes à dix décimales.

	Dixièmes.	Centièmes.	Millièmes.	Dix-mill.	Cent-mill.	Million.	D.-mill.	C.-mill.
		1,	1,0	1,00	1,000	1,0000	1,0000 0	1,0000 00
9	7,9432 8234 72	2302 6877 08	209 3948 37	20 7447 53	2 0725 41	2072 35	207 23	20 72
8	6,3095 7344 48	2022 6443 46	185 9138 81	18 4376 57	1 8422 38	1842 09	184 21	18 42
7	5,0118 7233 63	1748 9755 49	162 4869 29	16 1310 92	1 6119 39	1611 82	161 18	16 12
6	3,9810 7170 55	1481 5362 15	139 1138 57	13 8250 58	1 3816 46	1381 56	138 16	13 82
5	3,1622 7766 02	1220 1845 43	115 7945 43	11 5195 55	1 1513 59	1151 30	115 13	11 51
4	2,5118 8643 15	0964 7819 61	092 5288 61	09 2145 83	0 9210 76	0921 04	092 10	09 21
3	1,9952 6231 50	0715 1930 52	069 3166 89	06 9101 42	0 6907 99	0690 78	069 08	06 91
2	1,5848 9319 25	0471 2854 81	046 1579 03	04 6062 31	0 4605 98	0460 52	046 05	04 61
1	1,2589 2541 18	0232 9299 23	023 0523 81	02 3028 50	0 2302 61	0230 26	023 03	02 30

Puissances de *e*.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	1,0000	1,0101	1,0202	1,0305	1,0408	1,0513	1,0618	1,0725	1,0833	1,0942
0,1	1,1052	1,1163	1,1275	1,1388	1,1503	1,1618	1,1735	1,1853	1,1972	1,2092
0,2	1,2214	1,2337	1,2461	1,2586	1,2712	1,2840	1,2969	1,3100	1,3231	1,3364
0,3	1,3499	1,3634	1,3771	1,3910	1,4049	1,4191	1,4333	1,4477	1,4623	1,4770
0,4	1,4918	1,5068	1,5220	1,5373	1,5527	1,5683	1,5841	1,6000	1,6161	1,6323
0,5	1,6487	1,6653	1,6820	1,6989	1,7160	1,7333	1,7507	1,7683	1,7860	1,8040
0,6	1,8221	1,8404	1,8589	1,8776	1,8965	1,9155	1,9348	1,9542	1,9739	1,9937
0,7	2,0138	2,0340	2,0544	2,0751	2,0959	2,1170	2,1383	2,1598	2,1815	2,2034
0,8	2,2255	2,2479	2 2705	2,2933	2,3164	2,3396	2,3632	2,3869	2,4109	2,4351
0,9	2,4596	2,4843	2,5093	2,5345	2,5600	2,5857	2,6117	2,6379	2,6645	2,6912
1,	2,718	3,004	3,320	3,669	4,055	4,482	4,953	5,474	6,050	6,686
2,	7,389	8,166	9,025	9,974	11,023	12,182	13,464	14,880	16,445	18,174
3,	20,09	22,20	24,53	27,11	29,96	33,12	36,60	40,45	44,70	49,40
4,	54,60	60,34	66,69	73,70	81,45	90,02	99,48	109,95	121,51	134,29
5,	148,41	164,02	181,27	200,34	221,41	244,69	270,43	298,87	330,30	365,04
6,	403	446	493	545	602	665	735	812	898	992
7,	1097	1212	1339	1480	1636	1808	1998	2208	2441	2697
8,	2981	3294	3641	4024	4447	4915	5432	6003	6634	7332
9,	8103	8955	9897	10938	12088	13360	14765	16318	18034	19930
10,	22026	24343	26903	29733	32860	36316	40135	44356	49021	54176

Puissances de 2, avec leurs logarithmes.

n	2^n	$\operatorname{Log} 2^n$	n	2^n	n	2^n	n	2^n	n	2^n
1	2	0,3010 2999 5664	**10**	1024	**19**	524288	**28**	268 435456	**37**	137438 953472
2	4	0,6020 5999 1328	**11**	2048	**20**	1 048576	**29**	536 870912	**38**	274877 906944
3	8	0,9030 8998 6992	**12**	4096	**21**	2 097152	**30**	1073 741824	**39**	549755 813888
4	16	1,2041 1998 2656	**13**	8192	**22**	4 194304	**31**	2147 483648	**40**	1 099511 627776
5	32	1,5051 4997 8320	**14**	16384	**23**	8 388608	**32**	4294 967296	**41**	2 199023 255552
6	64	1,8061 7997 3984	**15**	32768	**24**	16 777216	**33**	8589 934592	**42**	4 398046 511104
7	128	2,1072 0996 9648	**16**	65536	**25**	33 554432	**34**	17179 869184	**43**	8 796093 022208
8	256	2,4082 3996 5312	**17**	131072	**26**	67 108864	**35**	34359 738368	**44**	17 592186 044416
9	512	2,7092 6996 0976	**18**	262144	**27**	134 217728	**36**	68719 476736	**45**	35 184372 088832

Puissances des nombres entiers N = 3, 5, 6, 7, ...

N.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401
11	121	1331	14641	161051	1771561	19487171	214358881	2357947691	25937424601
12	144	1728	20736	248832	2985984	35831808	429981696	5159780352	61917364224
13	169	2197	28561	371293	4826809	62748517	815730721	10604499373	137858491849
14	196	2744	38416	537824	7529536	105413504	1475789056	20661046784	289254654976
15	225	3375	50625	759375	11390625	170859375	2562890625	38443359375	576650390625

FIN.